

مذكرة

حجبر

الوحدة الأولى : الأعداد الحقيقية الصف الثاني الأعداد

الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٠

- مجموعة الأعداد الغير نسبية
- مجموعة الأعداد الحقيقية
- الفترات – العمليات على الفترات
- العمليات على الأعداد الحقيقية
- العمليات على الجذور التكعيبية

الوحدة الأولى : الأعداد الحقيقية

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب p هو العدد الذي مربعه يساوي p
تعريف :

* الرمز $\sqrt{p} = p$ يعنى الجذر التربيعي الموجب للعدد النسبي الموجب p

* الرمز $-\sqrt{p} = -p$ يعنى الجذر التربيعي السالب للعدد النسبي الموجب p

* $\sqrt{\text{صفر}} = \text{صفر}$ * $\sqrt{\text{عدد سالب}}$ (ليس له معنى)

* الجذر التربيعي للعدد النسبي $25 = \pm 5$

* الجذرين التربيعين للعدد النسبي $49 = \pm 7$

* إذا كان p عدد نسبي مربع كامل فإن الجذرين التربيعين للعدد p كلا منهما عددا نسبيا

وكلا منهما معكوس جمعى للجذر الآخر

* مجموعة حل المعادلة $x^2 = p$ هي $\{p, -p\}$

* مجموعة حل المعادلة $x^2 + 4 = 0$ يساوي \emptyset (لأنه لا يوجد جذر تربيعي للعدد -4)

* $\sqrt{p} = \sqrt[4]{p}$ ، $\sqrt[2]{p} = \sqrt[4]{p}$ ، $\sqrt[3]{p} = \sqrt[6]{p}$ ، $\sqrt[4]{p} = \sqrt[8]{p}$ وهكذا

* $\sqrt[2]{(3)} = \sqrt[2]{3}$ ، $\sqrt[2]{(3-)} = \sqrt[2]{3-}$

* $5 = \sqrt{25} = \sqrt{16+9} = \sqrt{4+3}$ ولا يساوي $5 = 4 + 3$ (فهذا خطأ)

* $\frac{5}{2} = \frac{\sqrt{25}}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

ملاحظة هامة

* إذا كان $s = 0$ فإن $s = 0$ أو $s = 0$

مثال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} (s-2)(s+3) = 0 \quad \textcircled{2} s^2 - 3s = 0$$

$$\textcircled{1} \text{ فإن } s-2 = 0 \text{ أو } s+3 = 0 \quad \textcircled{2} \text{ فإن } s(s-3) = 0$$

$$\therefore s = 2, s = -3 \quad \therefore s = 0, s = 3$$

$$\therefore \text{م.ح} = \{2, -3\} \quad \therefore \text{م.ح} = \{0, 3\}$$

التمرين الأول: أكمل كلا مما يأتي

- (١) الجذر التربيعي للعدد ٣٦ = بينما الجذر التربيعي للعدد ١٠٠ =
- (٢) الجذرين التربيعيين للعدد ٨١ = بينما الجذرين التربيعيين للعدد ١٤٤ =
- (٣) الجذرين التربيعيين للعدد $2\frac{1}{4}$ = بينما الجذرين التربيعيين للعدد $2\frac{7}{9}$ =
- (٤) $\sqrt{(-5)^2}$ = ، $\sqrt[4]{(3)^4}$ =
- (٥) $\sqrt{64 + 36}$ = ، $\sqrt{36 - 100}$ =
- (٦) $\sqrt{(4)^2 + (3)^2}$ = ، $\sqrt{(12)^2 - (13)^2}$ =
- (٧) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ = ، $\sqrt{16} - \sqrt{100}$ =
- (٨) $\sqrt{64} - \sqrt{169}$ = ، $\sqrt{169} - \sqrt{144}$ =
- (٩) $2\frac{1}{4}\sqrt{1} + \frac{49}{4}\sqrt{1}$ = ، $1\frac{11}{25}\sqrt{1} + \frac{9}{25}\sqrt{1}$ =
- (١٠) المربع الذي طول ضلعه ٥ سم تكون مساحته = ومحيطه =
- (١١) المربع الذي مساحته ٢٢٥ سم^٢ يكون طول ضلعه = ومحيطه =
- (١٢) المربع الذي مساحته ٤٠٠ سم^٢ يكون طول ضلعه = ومحيطه =
- (١٣) مجموعة حل المعادلة $٠ = ٩ - س^٢$ هي
- (١٤) مجموعة حل المعادلة $٠ = ٩ + س^٢$ هي
- (١٥) مجموعة حل المعادلة $٠ = س - س^٢$ هي
- (١٦) مجموعة حل المعادلة $٠ = ٢س$ هي
- (١٧) مجموعة حل المعادلة $٠ = ٥ + س^٢$ هي
- (١٨) مجموعة حل المعادلة $٠ = س + س^٢$ هي
- (١٩) مجموعة حل المعادلة $(١+س)(٣-س)$ هي
- (٢٠) $\sqrt{25\%}$ = ، $\sqrt{٠.٦٤}$ = ، $\sqrt{١٠,٢٤}$ =
- (٢١) مربع مساحته ٦.٢٥ سم^٢ يكون طول ضلعه =
- (٢٢) $\sqrt[٢]{٢٢٢٢٢٢} = \sqrt[٢]{٢٢٢٢٢٢}$ =

التمرين الثاني: أكمل العبارات الآتية

- (١) المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{25}$ هو
- (٢) $\sqrt{16} + 9 = \dots + 4$ (٣) $\sqrt{100 - 36} = 10 - \dots$
- (٤) إذا كان $\sqrt{s} = 4$ فإن $s = \dots$
- (٥) إذا كان $\sqrt{s + 1} = 3$ فإن $s = \dots$
- (٦) إذا كان $\sqrt{s - 2} = 5$ فإن $s = \dots$
- (٧) إذا كان $\sqrt{s} = 3$ فإن $s = \dots$
- (٨) إذا كان $\sqrt{s} = \frac{2}{3}$ فإن $s = \dots$
- (٩) إذا كان $\sqrt{s} = 1\frac{1}{4}$ فإن $s = \dots$

مثال ١: أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

① $s^2 = 25$ ② $s^2 - 3 = 15$

الحل

① بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ② $s^2 - 3 = 15$

$s = \pm \sqrt{25} = \pm 5$ $s^2 = 18 \iff s = \pm \sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$

$\therefore \text{م.ح} = \{5, -5\}$ $s = \pm \sqrt{9} = \pm 3$

مثال ٢: أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

① $s^2 - 1 = 0$ ② $s^2 = \frac{1}{4}$

الحل

① $s^2 = 1$ ② بضرب الطرفين $\times 2 \iff s^2 = 64$

$s = \pm \sqrt{1} = \pm 1$ $s = \pm \sqrt{64} = \pm 8$

$\therefore \text{م.ح} = \{1, -1\}$ $\therefore \text{م.ح} = \{8, -8\}$

مثال ٣ : أؤء مءوءوءة الءل لكلا من المءاءلات الاءئة

$$\textcircled{ب} \quad ٩ = ٤س^٢$$

$$\textcircled{أ} \quad ٣٣ = ٨ + ٢س$$

الءل

$$\textcircled{ب} \quad ٩ = ٤س^٢$$

$$\textcircled{أ} \quad ٢٥ = ٨ - ٣٣ = ٢س$$

$$\begin{aligned} \frac{٣}{٢} \pm \sqrt{\frac{٩}{٤}} &= س \\ \therefore \{ \frac{٣}{٢} - \frac{٣}{٢}, \frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٢} \} &= \text{ء.م.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٥ \pm \sqrt{٢٥} &= س \\ \therefore \{ ٥ - \sqrt{٢٥}, ٥ + \sqrt{٢٥} \} &= \text{ء.م.} \end{aligned}$$

مثال ٤ : أؤء مءوءوءة الءل لكلا من المءاءلات الاءئة

$$\textcircled{ب} \quad ٥٩ = ١ - \frac{٣}{٥}س$$

$$\textcircled{أ} \quad ٠ = ٢٠٠ - ٢س$$

الءل

$$\textcircled{ب} \quad ٦٠ = ١ + ٥٩ = \frac{٣}{٥}س$$

$$\textcircled{أ} \quad ٢٠٠ = ٢س$$

$$١٠٠ = \frac{٥}{٣} \times ٦٠ = س$$

$$١٠٠ = \frac{٢٠٠}{٢} = س$$

$$١٠ \pm \sqrt{١٠٠} = س$$

$$١٠ \pm \sqrt{١٠٠} = س$$

$$\therefore \{ ١٠ - \sqrt{١٠٠}, ١٠ + \sqrt{١٠٠} \} = \text{ء.م.}$$

$$\therefore \{ ١٠ - \sqrt{١٠٠}, ١٠ + \sqrt{١٠٠} \} = \text{ء.م.}$$

مثال ٥ : أؤء مءوءوءة الءل لكلا من المءاءلات الاءئة

$$\textcircled{ب} \quad ٣١ = ٣ + \frac{٢}{٧}س$$

$$\textcircled{أ} \quad ٢١ = ١ + ٥س$$

الءل

$$\textcircled{ب} \quad ٥٦ = ٣ - ٥٩ = \frac{٢}{٧}س$$

$$\textcircled{أ} \quad ٢٠ = ١ - ٢١ = ٥س$$

$$١٩٦ = \frac{٧}{٢} \times ٥٦ = س$$

$$٤ = \frac{٢٠}{٥} = س$$

$$١٣ \pm \sqrt{١٦٩} = س$$

$$٢ \pm \sqrt{٤} = س$$

$$\therefore \{ ١٣ - \sqrt{١٦٩}, ١٣ + \sqrt{١٦٩} \} = \text{ء.م.}$$

$$\therefore \{ ٢ - \sqrt{٤}, ٢ + \sqrt{٤} \} = \text{ء.م.}$$

ءمرن : أؤء مءوءوءة الءل لكلا من المءاءلات الاءئة

$$(٣) \quad ٧٣ = ١ + ٢س$$

$$(٢) \quad ١٨ = ٢ + س$$

$$(١) \quad ١٨ = ٢س$$

$$(٦) \quad ٢٩٩ = ١ - ٣س$$

$$(٥) \quad ٣٣ = ٣ - س$$

$$(٤) \quad ٧٥ = ٣س$$

$$(٩) \quad ٢١ = ١ + ٥س$$

$$(٨) \quad ٠ = ٢٥ - س$$

$$(٧) \quad ٢٥ = ٤س$$

الجذر التكعيبي لعدد نسبي

الجذر التكعيبي لعدد نسبي p هو العدد الذي مكعبه يساوي

$$27 = 3^3 \text{ لأن } 3 = \sqrt[3]{27} \quad 8 = 2^3 \text{ لأن } 2 = \sqrt[3]{8}$$

$$-27 = (-3)^3 \text{ لأن } -3 = \sqrt[3]{-27} \quad -8 = (-2)^3 \text{ لأن } -2 = \sqrt[3]{-8}$$

$$p = \sqrt[3]{p} \quad , \quad -p = \sqrt[3]{-p} \quad , \quad \sqrt[3]{p} = \sqrt[3]{p}$$

$$-5 = \sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} \quad \text{فمثلاً:} \quad -1 = \sqrt[3]{-1} = -\sqrt[3]{1} \quad \text{لاحظ أن}$$

تمرين (١) : أكمل العبارات الآتية

$$\dots = \sqrt[3]{1000} \quad (٢) \quad \dots = \sqrt[3]{64} \quad (١)$$

$$\dots = \sqrt[3]{216} \quad (٤) \quad \dots = \sqrt[3]{343} \quad (٣)$$

$$\dots = \sqrt[3]{\frac{27}{64}} \quad (٦) \quad \dots = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \quad (٥)$$

$$\dots = \sqrt[3]{\dots} = 3 \sqrt[3]{\frac{3}{8}} \quad (٨) \quad \dots = \sqrt[3]{\frac{125}{27}} \quad (٧)$$

$$\dots = \sqrt[3]{p} \quad (١٠) \quad \dots = \sqrt[3]{-p} \quad (٩)$$

تمرين (٢) : أكمل العبارات الآتية

$$\dots = \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{125} \quad (٢) \quad \dots = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{30} \quad (١)$$

$$\dots = \sqrt[3]{125} \cdot 3 \quad (٤) \quad \dots = \sqrt[3]{27} \cdot 5 \quad (٣)$$

$$\dots = \sqrt[3]{8} - 5 \quad (٦) \quad \dots = \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{1000} \quad (٥)$$

$$\dots = \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} \quad (٨) \quad \dots = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} \quad (٧)$$

$$\dots = \sqrt[3]{(27)} \quad (١٠) \quad \dots = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{64} \quad (٩)$$

$$\dots \sqrt[3]{8} \quad (١٢) \quad \dots \sqrt[3]{125} \quad (١١) \quad \text{المعكوس الضربي للعدد} \quad \text{المعكوس الجمعي للعدد}$$

مثال ١ : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} \text{ س }^3 = 125$$

$$\textcircled{2} \text{ س }^3 - 1 = 0$$

الحل

① بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\text{س} = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$\therefore \text{ح.م} = \{5\}$$

② بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\text{س} = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$\therefore \text{ح.م} = \{1\}$$

مثال ٢ : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} \text{ س }^3 = 8 + 0$$

$$\textcircled{2} \text{ س }^3 - 54 = 0$$

الحل

① بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\text{س}^3 = 8$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\therefore \text{ح.م} = \{2\}$$

② بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\text{س}^3 = 54 \iff \text{س}^3 = 27$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\therefore \text{ح.م} = \{3\}$$

مثال ٣ : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} \text{ س }^3 + 1 = 41$$

$$\textcircled{2} \text{ س }^3 - 3 = 247$$

الحل

$$\textcircled{1} \text{ س }^3 = 41 - 1 = 40$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{40} = 8$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\therefore \text{ح.م} = \{2\}$$

$$\textcircled{2} \text{ س }^3 = 247 + 3 = 250$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{250} = 125$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$\therefore \text{ح.م} = \{5\}$$

مثال ٤ : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} \frac{1}{\text{س}}^3 = 32$$

$$\textcircled{2} \text{ س }^3 = 125$$

الحل

① بضرب الطرفين $\times 2$

$$\text{س}^3 = 2 \times 32 = 64$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{64} = 4 \therefore \text{ح.م} = \{4\}$$

$$\textcircled{2} \text{ س }^3 = \frac{125}{27}$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{\frac{125}{27}} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{ح.م} = \{\frac{5}{3}\}$$

مأهال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} (س^٢ - ٤)(س^٢ + ١) = ٠ \quad \textcircled{2} س^٢ (س^٢ - ١) = ٠$$

الحل

$\begin{aligned} \textcircled{1} س^٢ - ٤ &= ٠ & س^٢ + ١ &= ٠ \\ س^٢ &= ٤ & س^٢ &= -١ \\ س &= \pm ٢ & س &= \pm \sqrt{-١} \\ س &= ٢, -٢ & س &= \pm i \\ \therefore ح.م &= \{٢, -٢, ٠\} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \textcircled{2} س^٢ &= ٠ & س^٢ - ١ &= ٠ \\ س &= ٠ & س &= \pm ١ \\ س &= ٠, ١, -١ \\ \therefore ح.م &= \{٠, ١, -١\} \end{aligned}$
---	---

مأهال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} (س^٢ + ٩)(س^٢ - ٨) = ٠ \quad \textcircled{2} س^٢ (س^٢ - ٥ + ٦س) = ٠$$

الحل

$\begin{aligned} \textcircled{1} س^٢ + ٩ &= ٠ & س^٢ - ٨ &= ٠ \\ س^٢ &= -٩ & س^٢ &= ٨ \\ س &= \pm ٣i & س &= \pm \sqrt{٨} \\ س &= \pm ٢\sqrt{٢}i & س &= \pm ٢\sqrt{٢} \\ \therefore ح.م &= \{٢\sqrt{٢}i, -٢\sqrt{٢}i, ٢\sqrt{٢}, -٢\sqrt{٢}\} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \textcircled{2} س^٢ &= ٠ & س^٢ - ٥ + ٦س &= ٠ \\ س &= ٠ & س^٢ - ٥ + ٦س &= ٠ \\ س &= ٠ & س &= ٢, -٣ \\ \therefore ح.م &= \{٠, ٢, -٣\} \end{aligned}$
--	---

مأهال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{1} س (س^٢ - ١)(س^٢ + ١٢٥) = ٠ \quad \textcircled{2} س^٢ (س^٢ - ٤) = ٠$$

الحل

$\begin{aligned} \textcircled{1} س &= ٠ & س^٢ - ١ &= ٠ & س^٢ + ١٢٥ &= ٠ \\ س &= ٠ & س &= \pm ١ & س^٢ &= -١٢٥ \\ س &= ٠ & س &= \pm ١ & س &= \pm \sqrt{-١٢٥} \\ س &= ٠ & س &= \pm ١ & س &= \pm ٥\sqrt{٥}i \\ \therefore ح.م &= \{٠, ١, -١, ٥\sqrt{٥}i, -٥\sqrt{٥}i\} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \textcircled{2} س^٢ &= ٠ & س^٢ - ٤ &= ٠ \\ س &= ٠ & س &= \pm ٢ \\ س &= ٠ & س &= \pm ٢ \\ \therefore ح.م &= \{٠, ٢, -٢\} \end{aligned}$
---	---

مثال ٨ : أحسب قيمة كلا مما يأتي

$$\sqrt[3]{\frac{90 \times 7}{11}} \quad \text{Ⓐ}$$

$$\sqrt[3]{\frac{102 \times 3}{85}} \quad \text{Ⓑ}$$

$$\sqrt[3]{\frac{23 \times 5}{47}} \quad \text{Ⓒ}$$

الحل

$$\frac{75}{49} = \frac{13 \times 5}{7} = \sqrt[3]{\frac{23 \times 5}{47}} \quad \text{Ⓐ}$$

$$\frac{864}{625} = \frac{32 \times 27}{625} = \frac{52 \times 3}{40} = \sqrt[3]{\frac{102 \times 3}{85}} \quad \text{Ⓑ}$$

$$\frac{6125}{11} = 125 \times \frac{49}{11} = 5 \times \frac{7}{11} = \sqrt[3]{\frac{90 \times 7}{11}} \quad \text{Ⓒ}$$

تمارين

أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$0 = (8 + 3s)(1 - 2s) \quad (12)$$

$$0 = (1 + 3s)(64 + 2s) \quad (13)$$

$$0 = (125 - 3s)(9 - 2s) \quad (14)$$

$$0 = (1000 - 3s)(2s - 1) \quad (15)$$

$$0 = (27 + 3s)(25 + 2s) \quad (16)$$

$$0 = (216 - 3s)(12 - 3s) \quad (17)$$

$$0 = (54 - 3s) \quad (18)$$

$$0 = (s - 3)(6 + 5s) \quad (19)$$

$$0 = (3 - 3000) \quad (20)$$

$$0 = (343 + 3s)(s - 2) \quad (21)$$

$$0 = (40 - 3s)(75 - 3s) \quad (22)$$

$$0 = 1 - 3s \quad (1)$$

$$0 = 8 + 3s \quad (2)$$

$$0 = 250 - 3s \quad (3)$$

$$0 = 40 - 3s \quad (4)$$

$$26 = 1 - 3s \quad (5)$$

$$66 = 2 + 3s \quad (6)$$

$$0 = 125 - 3s \quad (7)$$

$$64 = 3s \quad (8)$$

$$55 = 1 + 3s \quad (9)$$

$$502 = 2 + 3s \quad (10)$$

$$134 = 1 - 3s \quad (11)$$

مجموعة الأعداد الغير نسبية

يوجد كثير من الأعداد التى لا يمكن وضعها على الصورة $\frac{س}{ص}$ مثل

(١) الجذور التربيعية للأعداد التى ليست مربع كامل

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \dots$ وهكذا

(٢) الجذور التكعيبية للأعداد التى ليست مكعب كامل

$\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{10}, \dots$ وهكذا

(٣) النسبية التقريبية ط

هذه الأعداد كلها تسمى مجموعة الأعداد الغير نسبية والتى يرمز لها بالرمز \mathbb{R}'

لاحظ أن

$$\mathbb{R}' \cap \mathbb{R} = \emptyset$$

[٢] كل عدد غير نسبي ينحصر بين عددين نسبيين

فمثلا $4 > 5 > 9$ ولهذا فإن $2 > \sqrt{5} > 3$

التمرين الأول : ضع خط تحت الأعداد الغير نسبية ودائرة حول الأعداد النسبية

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{11}{12}, \frac{13}{14}, \frac{15}{16}, \frac{17}{18}, \frac{19}{20}, \frac{21}{22}, \frac{23}{24}, \frac{25}{26}, \frac{27}{28}, \frac{29}{30}, \frac{31}{32}, \frac{33}{34}, \frac{35}{36}, \frac{37}{38}, \frac{39}{40}, \frac{41}{42}, \frac{43}{44}, \frac{45}{46}, \frac{47}{48}, \frac{49}{50}, \frac{51}{52}, \frac{53}{54}, \frac{55}{56}, \frac{57}{58}, \frac{59}{60}, \frac{61}{62}, \frac{63}{64}, \frac{65}{66}, \frac{67}{68}, \frac{69}{70}, \frac{71}{72}, \frac{73}{74}, \frac{75}{76}, \frac{77}{78}, \frac{79}{80}, \frac{81}{82}, \frac{83}{84}, \frac{85}{86}, \frac{87}{88}, \frac{89}{90}, \frac{91}{92}, \frac{93}{94}, \frac{95}{96}, \frac{97}{98}, \frac{99}{100}, \frac{101}{102}, \frac{103}{104}, \frac{105}{106}, \frac{107}{108}, \frac{109}{110}, \frac{111}{112}, \frac{113}{114}, \frac{115}{116}, \frac{117}{118}, \frac{119}{120}, \frac{121}{122}, \frac{123}{124}, \frac{125}{126}, \frac{127}{128}, \frac{129}{130}, \frac{131}{132}, \frac{133}{134}, \frac{135}{136}, \frac{137}{138}, \frac{139}{140}, \frac{141}{142}, \frac{143}{144}, \frac{145}{146}, \frac{147}{148}, \frac{149}{150}, \frac{151}{152}, \frac{153}{154}, \frac{155}{156}, \frac{157}{158}, \frac{159}{160}, \frac{161}{162}, \frac{163}{164}, \frac{165}{166}, \frac{167}{168}, \frac{169}{170}, \frac{171}{172}, \frac{173}{174}, \frac{175}{176}, \frac{177}{178}, \frac{179}{180}, \frac{181}{182}, \frac{183}{184}, \frac{185}{186}, \frac{187}{188}, \frac{189}{190}, \frac{191}{192}, \frac{193}{194}, \frac{195}{196}, \frac{197}{198}, \frac{199}{200}, \frac{201}{202}, \frac{203}{204}, \frac{205}{206}, \frac{207}{208}, \frac{209}{210}, \frac{211}{212}, \frac{213}{214}, \frac{215}{216}, \frac{217}{218}, \frac{219}{220}, \frac{221}{222}, \frac{223}{224}, \frac{225}{226}, \frac{227}{228}, \frac{229}{230}, \frac{231}{232}, \frac{233}{234}, \frac{235}{236}, \frac{237}{238}, \frac{239}{240}, \frac{241}{242}, \frac{243}{244}, \frac{245}{246}, \frac{247}{248}, \frac{249}{250}, \frac{251}{252}, \frac{253}{254}, \frac{255}{256}, \frac{257}{258}, \frac{259}{260}, \frac{261}{262}, \frac{263}{264}, \frac{265}{266}, \frac{267}{268}, \frac{269}{270}, \frac{271}{272}, \frac{273}{274}, \frac{275}{276}, \frac{277}{278}, \frac{279}{280}, \frac{281}{282}, \frac{283}{284}, \frac{285}{286}, \frac{287}{288}, \frac{289}{290}, \frac{291}{292}, \frac{293}{294}, \frac{295}{296}, \frac{297}{298}, \frac{299}{300}, \frac{301}{302}, \frac{303}{304}, \frac{305}{306}, \frac{307}{308}, \frac{309}{310}, \frac{311}{312}, \frac{313}{314}, \frac{315}{316}, \frac{317}{318}, \frac{319}{320}, \frac{321}{322}, \frac{323}{324}, \frac{325}{326}, \frac{327}{328}, \frac{329}{330}, \frac{331}{332}, \frac{333}{334}, \frac{335}{336}, \frac{337}{338}, \frac{339}{340}, \frac{341}{342}, \frac{343}{344}, \frac{345}{346}, \frac{347}{348}, \frac{349}{350}, \frac{351}{352}, \frac{353}{354}, \frac{355}{356}, \frac{357}{358}, \frac{359}{360}, \frac{361}{362}, \frac{363}{364}, \frac{365}{366}, \frac{367}{368}, \frac{369}{370}, \frac{371}{372}, \frac{373}{374}, \frac{375}{376}, \frac{377}{378}, \frac{379}{380}, \frac{381}{382}, \frac{383}{384}, \frac{385}{386}, \frac{387}{388}, \frac{389}{390}, \frac{391}{392}, \frac{393}{394}, \frac{395}{396}, \frac{397}{398}, \frac{399}{400}, \frac{401}{402}, \frac{403}{404}, \frac{405}{406}, \frac{407}{408}, \frac{409}{410}, \frac{411}{412}, \frac{413}{414}, \frac{415}{416}, \frac{417}{418}, \frac{419}{420}, \frac{421}{422}, \frac{423}{424}, \frac{425}{426}, \frac{427}{428}, \frac{429}{430}, \frac{431}{432}, \frac{433}{434}, \frac{435}{436}, \frac{437}{438}, \frac{439}{440}, \frac{441}{442}, \frac{443}{444}, \frac{445}{446}, \frac{447}{448}, \frac{449}{450}, \frac{451}{452}, \frac{453}{454}, \frac{455}{456}, \frac{457}{458}, \frac{459}{460}, \frac{461}{462}, \frac{463}{464}, \frac{465}{466}, \frac{467}{468}, \frac{469}{470}, \frac{471}{472}, \frac{473}{474}, \frac{475}{476}, \frac{477}{478}, \frac{479}{480}, \frac{481}{482}, \frac{483}{484}, \frac{485}{486}, \frac{487}{488}, \frac{489}{490}, \frac{491}{492}, \frac{493}{494}, \frac{495}{496}, \frac{497}{498}, \frac{499}{500}, \frac{501}{502}, \frac{503}{504}, \frac{505}{506}, \frac{507}{508}, \frac{509}{510}, \frac{511}{512}, \frac{513}{514}, \frac{515}{516}, \frac{517}{518}, \frac{519}{520}, \frac{521}{522}, \frac{523}{524}, \frac{525}{526}, \frac{527}{528}, \frac{529}{530}, \frac{531}{532}, \frac{533}{534}, \frac{535}{536}, \frac{537}{538}, \frac{539}{540}, \frac{541}{542}, \frac{543}{544}, \frac{545}{546}, \frac{547}{548}, \frac{549}{550}, \frac{551}{552}, \frac{553}{554}, \frac{555}{556}, \frac{557}{558}, \frac{559}{560}, \frac{561}{562}, \frac{563}{564}, \frac{565}{566}, \frac{567}{568}, \frac{569}{570}, \frac{571}{572}, \frac{573}{574}, \frac{575}{576}, \frac{577}{578}, \frac{579}{580}, \frac{581}{582}, \frac{583}{584}, \frac{585}{586}, \frac{587}{588}, \frac{589}{590}, \frac{591}{592}, \frac{593}{594}, \frac{595}{596}, \frac{597}{598}, \frac{599}{600}, \frac{601}{602}, \frac{603}{604}, \frac{605}{606}, \frac{607}{608}, \frac{609}{610}, \frac{611}{612}, \frac{613}{614}, \frac{615}{616}, \frac{617}{618}, \frac{619}{620}, \frac{621}{622}, \frac{623}{624}, \frac{625}{626}, \frac{627}{628}, \frac{629}{630}, \frac{631}{632}, \frac{633}{634}, \frac{635}{636}, \frac{637}{638}, \frac{639}{640}, \frac{641}{642}, \frac{643}{644}, \frac{645}{646}, \frac{647}{648}, \frac{649}{650}, \frac{651}{652}, \frac{653}{654}, \frac{655}{656}, \frac{657}{658}, \frac{659}{660}, \frac{661}{662}, \frac{663}{664}, \frac{665}{666}, \frac{667}{668}, \frac{669}{670}, \frac{671}{672}, \frac{673}{674}, \frac{675}{676}, \frac{677}{678}, \frac{679}{680}, \frac{681}{682}, \frac{683}{684}, \frac{685}{686}, \frac{687}{688}, \frac{689}{690}, \frac{691}{692}, \frac{693}{694}, \frac{695}{696}, \frac{697}{698}, \frac{699}{700}, \frac{701}{702}, \frac{703}{704}, \frac{705}{706}, \frac{707}{708}, \frac{709}{710}, \frac{711}{712}, \frac{713}{714}, \frac{715}{716}, \frac{717}{718}, \frac{719}{720}, \frac{721}{722}, \frac{723}{724}, \frac{725}{726}, \frac{727}{728}, \frac{729}{730}, \frac{731}{732}, \frac{733}{734}, \frac{735}{736}, \frac{737}{738}, \frac{739}{740}, \frac{741}{742}, \frac{743}{744}, \frac{745}{746}, \frac{747}{748}, \frac{749}{750}, \frac{751}{752}, \frac{753}{754}, \frac{755}{756}, \frac{757}{758}, \frac{759}{760}, \frac{761}{762}, \frac{763}{764}, \frac{765}{766}, \frac{767}{768}, \frac{769}{770}, \frac{771}{772}, \frac{773}{774}, \frac{775}{776}, \frac{777}{778}, \frac{779}{780}, \frac{781}{782}, \frac{783}{784}, \frac{785}{786}, \frac{787}{788}, \frac{789}{790}, \frac{791}{792}, \frac{793}{794}, \frac{795}{796}, \frac{797}{798}, \frac{799}{800}, \frac{801}{802}, \frac{803}{804}, \frac{805}{806}, \frac{807}{808}, \frac{809}{810}, \frac{811}{812}, \frac{813}{814}, \frac{815}{816}, \frac{817}{818}, \frac{819}{820}, \frac{821}{822}, \frac{823}{824}, \frac{825}{826}, \frac{827}{828}, \frac{829}{830}, \frac{831}{832}, \frac{833}{834}, \frac{835}{836}, \frac{837}{838}, \frac{839}{840}, \frac{841}{842}, \frac{843}{844}, \frac{845}{846}, \frac{847}{848}, \frac{849}{850}, \frac{851}{852}, \frac{853}{854}, \frac{855}{856}, \frac{857}{858}, \frac{859}{860}, \frac{861}{862}, \frac{863}{864}, \frac{865}{866}, \frac{867}{868}, \frac{869}{870}, \frac{871}{872}, \frac{873}{874}, \frac{875}{876}, \frac{877}{878}, \frac{879}{880}, \frac{881}{882}, \frac{883}{884}, \frac{885}{886}, \frac{887}{888}, \frac{889}{890}, \frac{891}{892}, \frac{893}{894}, \frac{895}{896}, \frac{897}{898}, \frac{899}{900}, \frac{901}{902}, \frac{903}{904}, \frac{905}{906}, \frac{907}{908}, \frac{909}{910}, \frac{911}{912}, \frac{913}{914}, \frac{915}{916}, \frac{917}{918}, \frac{919}{920}, \frac{921}{922}, \frac{923}{924}, \frac{925}{926}, \frac{927}{928}, \frac{929}{930}, \frac{931}{932}, \frac{933}{934}, \frac{935}{936}, \frac{937}{938}, \frac{939}{940}, \frac{941}{942}, \frac{943}{944}, \frac{945}{946}, \frac{947}{948}, \frac{949}{950}, \frac{951}{952}, \frac{953}{954}, \frac{955}{956}, \frac{957}{958}, \frac{959}{960}, \frac{961}{962}, \frac{963}{964}, \frac{965}{966}, \frac{967}{968}, \frac{969}{970}, \frac{971}{972}, \frac{973}{974}, \frac{975}{976}, \frac{977}{978}, \frac{979}{980}, \frac{981}{982}, \frac{983}{984}, \frac{985}{986}, \frac{987}{988}, \frac{989}{990}, \frac{991}{992}, \frac{993}{994}, \frac{995}{996}, \frac{997}{998}, \frac{999}{1000}, \frac{1001}{1002}, \frac{1003}{1004}, \frac{1005}{1006}, \frac{1007}{1008}, \frac{1009}{1010}, \frac{1011}{1012}, \frac{1013}{1014}, \frac{1015}{1016}, \frac{1017}{1018}, \frac{1019}{1020}, \frac{1021}{1022}, \frac{1023}{1024}, \frac{1025}{1026}, \frac{1027}{1028}, \frac{1029}{1030}, \frac{1031}{1032}, \frac{1033}{1034}, \frac{1035}{1036}, \frac{1037}{1038}, \frac{1039}{1040}, \frac{1041}{1042}, \frac{1043}{1044}, \frac{1045}{1046}, \frac{1047}{1048}, \frac{1049}{1050}, \frac{1051}{1052}, \frac{1053}{1054}, \frac{1055}{1056}, \frac{1057}{1058}, \frac{1059}{1060}, \frac{1061}{1062}, \frac{1063}{1064}, \frac{1065}{1066}, \frac{1067}{1068}, \frac{1069}{1070}, \frac{1071}{1072}, \frac{1073}{1074}, \frac{1075}{1076}, \frac{1077}{1078}, \frac{1079}{1080}, \frac{1081}{1082}, \frac{1083}{1084}, \frac{1085}{1086}, \frac{1087}{1088}, \frac{1089}{1090}, \frac{1091}{1092}, \frac{1093}{1094}, \frac{1095}{1096}, \frac{1097}{1098}, \frac{1099}{1100}, \frac{1101}{1102}, \frac{1103}{1104}, \frac{1105}{1106}, \frac{1107}{1108}, \frac{1109}{1110}, \frac{1111}{1112}, \frac{1113}{1114}, \frac{1115}{1116}, \frac{1117}{1118}, \frac{1119}{1120}, \frac{1121}{1122}, \frac{1123}{1124}, \frac{1125}{1126}, \frac{1127}{1128}, \frac{1129}{1130}, \frac{1131}{1132}, \frac{1133}{1134}, \frac{1135}{1136}, \frac{1137}{1138}, \frac{1139}{1140}, \frac{1141}{1142}, \frac{1143}{1144}, \frac{1145}{1146}, \frac{1147}{1148}, \frac{1149}{1150}, \frac{1151}{1152}, \frac{1153}{1154}, \frac{1155}{1156}, \frac{1157}{1158}, \frac{1159}{1160}, \frac{1161}{1162}, \frac{1163}{1164}, \frac{1165}{1166}, \frac{1167}{1168}, \frac{1169}{1170}, \frac{1171}{1172}, \frac{1173}{1174}, \frac{1175}{1176}, \frac{1177}{1178}, \frac{1179}{1180}, \frac{1181}{1182}, \frac{1183}{1184}, \frac{1185}{1186}, \frac{1187}{1188}, \frac{1189}{1190}, \frac{1191}{1192}, \frac{1193}{1194}, \frac{1195}{1196}, \frac{1197}{1198}, \frac{1199}{1200}, \frac{1201}{1202}, \frac{1203}{1204}, \frac{1205}{1206}, \frac{1207}{1208}, \frac{1209}{1210}, \frac{1211}{1212}, \frac{1213}{1214}, \frac{1215}{1216}, \frac{1217}{1218}, \frac{1219}{1220}, \frac{1221}{1222}, \frac{1223}{1224}, \frac{1225}{1226}, \frac{1227}{1228}, \frac{1229}{1230}, \frac{1231}{1232}, \frac{1233}{1234}, \frac{1235}{1236}, \frac{1237}{1238}, \frac{1239}{1240}, \frac{1241}{1242}, \frac{1243}{1244}, \frac{1245}{1246}, \frac{1247}{1248}, \frac{1249}{1250}, \frac{1251}{1252}, \frac{1253}{1254}, \frac{1255}{1256}, \frac{1257}{1258}, \frac{1259}{1260}, \frac{1261}{1262}, \frac{1263}{1264}, \frac{1265}{1266}, \frac{1267}{1268}, \frac{1269}{1270}, \frac{1271}{1272}, \frac{1273}{1274}, \frac{1275}{1276}, \frac{1277}{1278}, \frac{1279}{1280}, \frac{1281}{1282}, \frac{1283}{1284}, \frac{1285}{1286}, \frac{1287}{1288}, \frac{1289}{1290}, \frac{1291}{1292}, \frac{1293}{1294}, \frac{1295}{1296}, \frac{1297}{1298}, \frac{1299}{1300}, \frac{1301}{1302}, \frac{1303}{1304}, \frac{1305}{1306}, \frac{1307}{1308}, \frac{1309}{1310}, \frac{1311}{1312}, \frac{1313}{1314}, \frac{1315}{1316}, \frac{1317}{1318}, \frac{1319}{1320}, \frac{1321}{1322}, \frac{1323}{1324}, \frac{1325}{1326}, \frac{1327}{1328}, \frac{1329}{1330}, \frac{1331}{1332}, \frac{1333}{1334}, \frac{1335}{1336}, \frac{1337}{1338}, \frac{1339}{1340}, \frac{1341}{1342}, \frac{1343}{1344}, \frac{1345}{1346}, \frac{1347}{1348}, \frac{1349}{1350}, \frac{1351}{1352}, \frac{1353}{1354}, \frac{1355}{1356}, \frac{1357}{1358}, \frac{1359}{1360}, \frac{1361}{1362}, \frac{1363}{1364}, \frac{1365}{1366}, \frac{1367}{1368}, \frac{1369}{1370}, \frac{1371}{1372}, \frac{1373}{1374}, \frac{1375}{1376}, \frac{1377}{1378}, \frac{1379}{1380}, \frac{1381}{1382}, \frac{1383}{1384}, \frac{1385}{1386}, \frac{1387}{1388}, \frac{1389}{1390}, \frac{1391}{1392}, \frac{1393}{1394}, \frac{1395}{1396}, \frac{1397}{1398}, \frac{1399}{1400}, \frac{1401}{1402}, \frac{1403}{1404}, \frac{1405}{1406}, \frac{1407}{1408}, \frac{1409}{1410}, \frac{1411}{1412}, \frac{1413}{1414}, \frac{1415}{1416}, \frac{1417}{1418}, \frac{1419}{1420}, \frac{1421}{1422}, \frac{1423}{1424}, \frac{1425}{1426}, \frac{1427}{1428}, \frac{1429}{1430}, \frac{1431}{1432}, \frac{1433}{1434}, \frac{1435}{1436}, \frac{1437}{1438}, \frac{1439}{1440}, \frac{1441}{1442}, \frac{1443}{1444}, \frac{1445}{1446}, \frac{1447}{1448}, \frac{1449}{1450}, \frac{1451}{1452}, \frac{1453}{1454}, \frac{1455}{1456}, \frac{1457}{1458}, \frac{1459}{1460}, \frac{1461}{1462}, \frac{1463}{1464}, \frac{1465}{1466}, \frac{1467}{1468}, \frac{1469}{1470}, \frac{1471}{1472}, \frac{1473}{1474}, \frac{1475}{1476}, \frac{1477}{1478}, \frac{1479}{1480}, \frac{1481}{1482}, \frac{1483}{1484}, \frac{1485}{1486}, \frac{1487}{1488}, \frac{1489}{1490}, \frac{1491}{1492}, \frac{1493}{1494}, \frac{1495}{1496}, \frac{1497}{1498}, \frac{1499}{1500}, \frac{1501}{1502}, \frac{1503}{1504}, \frac{1505}{1506}, \frac{1507}{1508}, \frac{1509}{1510}, \frac{1511}{1512}, \frac{1513}{1514}, \frac{1515}{1516}, \frac{1517}{1518}, \frac{1519}{1520}, \frac{1521}{1522}, \frac{1523}{1524}, \frac{1525}{1526}, \frac{1527}{1528}, \frac{1529}{1530}, \frac{1531}{1532}, \frac{1533}{1534}, \frac{1535}{1536}, \frac{1537}{1538}, \frac{1539}{1540}, \frac{1541}{1542}, \frac{1543}{1544}, \frac{1545}{1546}, \frac{1547}{1548}, \frac{1549}{1550}, \frac{1551}{1552}, \frac{1553}{1554}, \frac{1555}{1556}, \frac{1557}{1558}, \frac{1559}{1560}, \frac{1561}{1562}, \frac{1563}{1564}, \frac{1565}{1566}, \frac{1567}{1568}, \frac{1569}{1570}, \frac{1571}{1572}, \frac{1573}{1574}, \frac{1575}{1576}, \frac{1577}{1578}, \frac{1579}{1580}, \frac{1581}{1582}, \frac{1583}{1584}, \frac{1585}{1586}, \frac{1587}{1588}, \frac{1589}{1590}, \frac{1591}{1592}, \frac{1593}{1594}, \frac{1595}{1596}, \frac{1597}{1598}, \frac{1599}{1600}, \frac{1601}{1602}, \frac{1603}{1604}, \frac{1605}{1606}, \frac{1607}{1608}, \frac{1609}{1610}, \frac{1611}{1612}, \frac{1613}{1614}, \frac{1615}{1616}, \frac{1617}{1618}, \frac{1619}{1620}, \frac{1621}{1622}, \frac{1623}{1624}, \frac{1625}{1626}, \frac{1627}{1628}, \frac{1629}{1630}, \frac{1631}{1632}, \frac{1633}{1634}, \frac{1635}{1636}, \frac{1637}{1638}, \frac{1639}{1640}, \frac{1641}{1642}, \frac{1643}{1644}, \frac{1645}{1646}, \frac{1647}{1648}, \frac{1649}{1650}, \frac{1651}{1652}, \frac{1653}{1654}, \frac{1655}{1656}, \frac{1657}{1658}, \frac{1659}{1660}, \frac{1661}{1662}, \frac{1663}{1664}, \frac{1665}{1666}, \frac{1667}{1668}, \frac{1669}{1670}, \frac{1671}{1672}, \frac{1673}{1674}, \frac{1675}{1676}, \frac{1677}{1678}, \frac{1679}{1680}, \frac{1681}{1682}, \frac{1683}{1684}, \frac{1685}{1686}, \frac{1687}{1688}, \frac{1689}{1690}, \frac{1691}{1692}, \frac{1693}{1694}, \frac{1695}{1696}, \frac{1697}{1698}, \frac{1699}{1700}, \frac{1701}{1702}, \frac{1703}{1704}, \frac{1705}{1706}, \frac{1707}{1708}, \frac{1709}{1710}, \frac{1711}{1712}, \frac{1713}{1714}, \frac{1715}{1716}, \frac{1717}{1718}, \frac{1719}{1720}, \frac{1721}{1722}, \frac{1723}{1724}, \frac{1725}{1726}, \frac{1727}{1728}, \frac{1729}{1730}, \frac{1731}{1732}, \frac{1733}{1734}, \frac{1735}{1736}, \frac{1737}{1738}, \frac{1739}{1740}, \frac{1741}{1742}, \frac{1743}{1744}, \frac{1745}{1746}, \frac{1747}{1748}, \frac{1749}{1750}, \frac{1751}{1752}, \frac{1753}{1754}, \frac{1755}{1756}, \frac{1757}{1758}, \frac{1759}{1760}, \frac{1761}{1762}, \frac{1763}{1764}, \frac{1765}{1766}, \frac{1767}{1768}, \frac{1769}{1770}, \frac{1771}{1772}, \frac{1773}{1774}, \frac{1775}{1776}, \frac{1777}{1778}, \frac{1779}{1780}, \frac{1781}{1782}, \frac{1783}{1784}, \frac{1785}{1786}, \frac{1787}{1788}, \frac{1789}{1790}, \frac{1791}{1792}, \frac{1793}{1794}, \frac{1795}{1796}, \frac{1797}{1798}, \frac{1799}{1800}, \frac{1801}{1802}, \frac{1803}{1804}, \frac{1805}{1806}, \frac{1807}{1808}, \frac{1809}{1810}, \frac{1811}{1812}, \frac{1813}{1814}, \frac{1815}{1816}, \frac{1817}{1818}, \frac{1819}{1820}, \frac{1821}{1822}, \frac{1823}{1824}, \frac{1825}{1826}, \frac{1827}{1828}, \frac{1829}{1830}, \frac{1831}{1832}, \frac{1833}{1834}, \frac{1835}{1836}, \frac{1837}{1838}, \frac{1839}{1840}, \frac{1841}{1842}, \frac{1843}{1844}, \frac{1845}{1846}, \frac{1847}{1848}, \frac{1849}{1850}, \frac{1851}{1852}, \frac{1853}{1854}, \frac{1855}{1856}, \frac{1857}{1858}, \frac{1859}{1860}, \frac{1861}{1862}, \frac{1863}{1864}, \frac{1865}{1866}, \frac{1867}{1868}, \frac{1869}{1870}, \frac{1871}{1872}, \frac{1873}{1874}, \frac{1875}{1876}, \frac{1877}{1878}, \frac{1879}{1880}, \frac{1881}{1882}, \frac{1883}{1884}, \frac{1885}{1886}, \frac{1887}{1888}, \frac{1889}{1890}, \frac{1891}{1892}, \frac{1893}{1894}, \frac{1895}{1896}, \frac{1897}{1898}, \frac{1899}{1900}, \frac{1901}{1902}, \frac{1903}{1904}, \frac{1905}{1906}, \frac{1907}{1908}, \frac{1909}{1910}, \frac{1911}{1912}, \frac{1913}{1914}, \frac{1915}{1916}, \frac{1917}{1918}, \frac{1919}{1920}, \frac{1921}{1922}, \frac{1923}{1924}, \frac{1925}{1926}, \frac{1927}{1928}, \frac{1929}{1930}, \frac{1931$

مثال ١- أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{ب} \text{ س } ٣ - ٢ = ٥$$

$$\textcircled{أ} \text{ س } ١ - ٢ = ٤$$

الحل

$$\textcircled{ب} \text{ س } ٣ = ٢ + ٥ = ٧$$

$$\textcircled{أ} \text{ س } ١ = ١ + ٤ = ٥$$

$$\sqrt[٣]{٧} = \text{س}$$

$$\sqrt[٣]{٥} = \text{س}$$

$$\therefore \{ \sqrt[٣]{٧} \} = \text{ح.م.}$$

$$\therefore \{ \sqrt[٣]{٥} \} = \text{ح.م.}$$

مثال ٢- أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{ب} \text{ س } ١ - ٣ = ٤$$

$$\textcircled{أ} \text{ س } ٣ + ١٠ = ١٠$$

الحل

$$\textcircled{ب} \text{ س } ٣ = ١ + ٤ = ٥$$

$$\textcircled{أ} \text{ س } ٣ = ٣ - ١٠ = ٧$$

$$\sqrt[٣]{٥} = \text{س}$$

$$\sqrt[٣]{٧} = \text{س}$$

$$\therefore \{ \sqrt[٣]{٥} \} = \text{ح.م.}$$

$$\therefore \{ \sqrt[٣]{٧} \} = \text{ح.م.}$$

مثال ٣- أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\textcircled{ب} \text{ س } ٣ = ٢ + ١٤ = ١٤$$

$$\textcircled{أ} \text{ س } ٢ = ١ + ٧ = ٧$$

الحل

$$\textcircled{ب} \text{ س } ٣ = ٢ - ١٤ = ١٢$$

$$\textcircled{أ} \text{ س } ٢ = ١ - ٧ = ٦$$

$$\text{س} = \frac{١٢}{٣} = ٤$$

$$\text{س} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

$$\sqrt[٣]{٤} = \text{س}$$

$$\sqrt[٣]{٣} = \text{س}$$

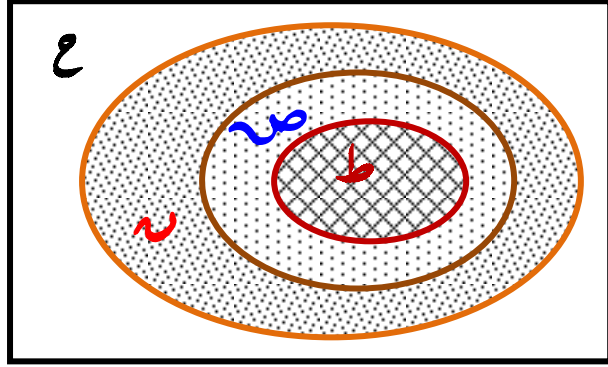
$$\therefore \{ \sqrt[٣]{٤} \} = \text{ح.م.}$$

$$\therefore \{ \sqrt[٣]{٣} \} = \text{ح.م.}$$

مجموعة الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعداد الحقيقية هى المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية

ومجموعة الأعداد الغير نسبية



$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

لاحظ أن : $\mathbb{R} \supset \mathbb{Q} \supset \mathbb{N} \supset \mathbb{Z}$

ملاحظات

$$\mathbb{R}^+ = \mathbb{R} - \{0\} \quad (١)$$

$$\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R} \quad (٢)$$

$$\mathbb{R}^+ = \{x : x \in \mathbb{R}, x > 0\} \quad (٣)$$

$$\mathbb{R}^- = \{x : x \in \mathbb{R}, x < 0\} \quad (٤)$$

$$\mathbb{R}^+ = \{x : x \in \mathbb{R}, x \geq 0\} \cup \{0\} \quad (٥)$$

$$\mathbb{R}^- = \{x : x \in \mathbb{R}, x \leq 0\} \cup \{0\} \quad (٦)$$

(٧) كل عدد حقيقى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد

(٨) الأعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الأعداد

(٩) كل عدد غير نسبى تنحصر قيمته بين عددين نسبين

التمرين الأول : أكمل مكان النقط بوضع [< ، = ، >]

$$\sqrt[3]{27} \dots\dots\dots \sqrt{9} \quad (٧)$$

$$\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{8} \dots\dots\dots \sqrt{16} \quad (٨)$$

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{8} \dots\dots\dots \text{صفر} \quad (٩)$$

$$\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{25} \dots\dots\dots \sqrt{25} \quad (١٠)$$

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt{9} \dots\dots\dots \text{صفر} \quad (١١)$$

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt{9} \dots\dots\dots \text{صفر} \quad (١٢)$$

$$\sqrt[3]{27} \dots\dots\dots \sqrt{9} \quad (١)$$

$$\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{8} \dots\dots\dots \sqrt{16} \quad (٢)$$

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{8} \dots\dots\dots \sqrt{25} \quad (٣)$$

$$\sqrt[3]{125} \dots\dots\dots \sqrt[3]{27} \quad (٤)$$

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt{9} \dots\dots\dots \sqrt{9} \quad (٥)$$

$$2 \dots\dots\dots (\sqrt{2} + 1) \quad (٦)$$

مثال ١: رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً

$$-7\sqrt{2}, -8\sqrt{2}, 15\sqrt{2}, 8\sqrt{2}, \text{ صفر } , -7\sqrt{2}$$

الحل

$$\text{الأعداد الموجبة } 15\sqrt{2} < 8\sqrt{2} < \text{ صفر}$$

$$\text{الأعداد السالبة } -7\sqrt{2} < -8\sqrt{2}$$

$$\text{الترتيب التنازلى هو } 15\sqrt{2} < 8\sqrt{2} < \text{ صفر } < -7\sqrt{2} < -8\sqrt{2}$$

مثال ٢: رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً

$$17\sqrt{2}, 25\sqrt{2}, 15\sqrt{2}, -4\sqrt{2}, -25\sqrt{2}$$

الحل

$$\text{الأعداد السالبة } -4\sqrt{2} > -25\sqrt{2}$$

$$\text{الأعداد الموجبة } 25\sqrt{2} > 17\sqrt{2} > 15\sqrt{2}$$

$$\text{الترتيب التصاعدى هو } -25\sqrt{2} > -4\sqrt{2} > 15\sqrt{2} > 17\sqrt{2} > 25\sqrt{2}$$

التمرين الثانى : أكمل الجدول الآتى

العدد	عدد طبيعى	عدد صحيح	عدد نسبى	عدد غير نسبى	عدد حقيقى
صفر					
-٣					
٥					
٣/٥					
$\sqrt{2}$					
ط					
٢/٣					

الفترات

الفترات المحددة

الفترة المفتوحة $] \text{ب} , \text{م} [$	الفترة المغلقة $[\text{ب} , \text{م}]$
$\{ \text{س} : \text{س} > \text{ب} , \text{س} < \text{م} \} =] \text{ب} , \text{م} [$	$\{ \text{س} : \text{س} \geq \text{ب} , \text{س} \leq \text{م} \} = [\text{ب} , \text{م}]$
$] \text{ب} , \text{م} [\not\supset \text{ب} , [\text{ب} , \text{م}] \not\supset \text{م}$	$[\text{ب} , \text{م}] \supset \text{ب} , [\text{ب} , \text{م}] \supset \text{م}$

الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

$] \text{ب} , \text{م} [$	$[\text{ب} , \text{م}]$
$\{ \text{س} : \text{س} > \text{ب} , \text{س} \leq \text{م} \} =] \text{ب} , \text{م} [$	$\{ \text{س} : \text{س} \geq \text{ب} , \text{س} < \text{م} \} = [\text{ب} , \text{م}]$
$] \text{ب} , \text{م} [\not\supset \text{ب} , [\text{ب} , \text{م}] \not\supset \text{م}$	$[\text{ب} , \text{م}] \supset \text{ب} , [\text{ب} , \text{م}] \supset \text{م}$

ثانيا : الفترات الغير محددة

فترة مفتوحة $] \infty , \text{م} [$	فترة نصف مغلقة $] \infty , \text{م}]$
$\{ \text{س} : \text{س} > \text{م} \} =] \infty , \text{م} [$	$\{ \text{س} : \text{س} \leq \text{م} \} =] \infty , \text{م}]$
$] \infty , \text{م} [\not\supset \text{م}$	$] \infty , \text{م}] \supset \text{م}$
فترة مفتوحة $] \text{م} , \infty - [$	فترة نصف مغلقة $] \text{م} , \infty - [$
$\{ \text{س} : \text{س} > \text{م} \} =] \text{م} , \infty - [$	$\{ \text{س} : \text{س} \geq \text{م} \} = [\text{م} , \infty - [$
$] \text{م} , \infty - [\not\supset \text{م}$	$[\text{م} , \infty - [\supset \text{م}$

لا حظ أن:

(١) مجموعة الاعداد الحقيقية يمكن التعبير عنها على الصورة $]-\infty, \infty[$

(٢) مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة $]0, \infty[$

(٣) مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة $]-\infty, 0[$

(٤) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة $]0, \infty[$

(٥) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة $]-\infty, 0[$

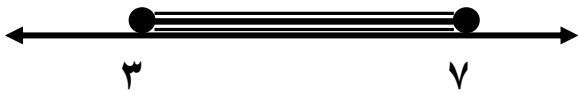
مثال ١: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الآتية

① $\{x : x > 2, x < 5\}$ ② $\{x : x \geq 3, x \leq 7\}$

الحل

② $[3, 7]$

① $]2, 5[$



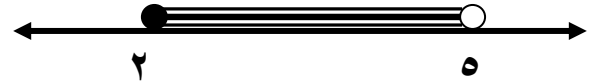
مثال ٢: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الآتية

① $\{x : x > 2, x \geq 5\}$ ② $\{x : x \geq 3, x > 7\}$

الحل

② $]7, \infty[$

① $]5, \infty[$



مثال ٣: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الآتية

① $\{x : x > 5, x \in \mathbb{R}\}$ ② $\{x : x \geq 7, x \in \mathbb{R}\}$

الحل

② $[7, \infty[$

① $]5, \infty[$



مثال: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الآتية

① $\{x : x \leq 7\}$ ② $\{x : x < 5\}$

الحل

① $[7, \infty)$



② $(5, \infty)$



العمليات على الفترات

الاتحاد: $A \cup B$ = جميع العناصر الموجودة في المجموعتين

(١) $[9, 2-] \cup [5, 2-] = [9, 2-]$

(٢) $[9, 3-] \cup [4, 0] = [9, 3-]$

(٣) $[-\infty, 3] \cup [7, \infty) = [-\infty, \infty)$

(٤) $[7, 3] - [-\infty, 3] = [7, \infty)$

التقاطع: $A \cap B$ = جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين

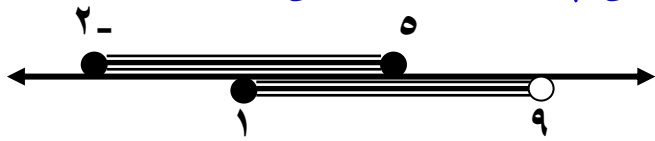
(١) $[5, 1] \cap [9, 2-] = \emptyset$

(٢) $[4, 0] \cap [9, 3-] = \emptyset$

(٣) $[7, 3] \cap [7, \infty) = [7, 3]$


(٤) $\emptyset = [9, 5] \cap [2, 3-]$

الفرق: $ا - ب =$ جميع العناصر الموجودة فى $ا$ وغير موجودة فى $ب$



$$[1, 2-) = [9, 1] - [5, 2-) \quad (1)$$

$ا - ب =$ جميع العناصر الموجودة فى $ا$ وغير موجودة فى $ب$

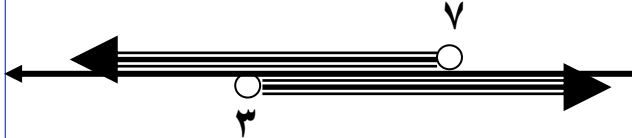


$$[9, 5] = [9, 1] - [5, 2-) \quad (2)$$

ملاحظة هامة: $ا - ب \neq ب - ا$



$$\emptyset = [9, 3-) - [4, 0] \quad (3)$$



$$[3, \infty-) = [\infty, 3-] \cup [7, \infty-) \quad (4)$$

لاحظ أن:



$$[5, 2[= \{2\} - [5, 2[\quad (1)$$



$$[5, 2] = \{5\} - [5, 2] \quad (2)$$



$$[5, 2[= \{5, 2\} - [5, 2[\quad (3)$$



$$[3, 1-] = \{1-\} \cup [3, 1-[\quad (4)$$



$$[3, 1-] = \{7\} \cup [3, 1-]$$



$$[3, 1-] = \{3, 1-\} \cup [3, 1-]$$



$$\{1, 2-\} = [1, 2-] - [1, 2-] \quad (7)$$



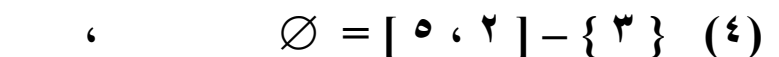
$$\{1\} = [1, 2-] - [1, 2-]$$



$$\{2-\} = [1, 2-] - [1, 2-]$$



$$\{3\} = [9, 5] - \{3\} \quad (10)$$



$$\emptyset = [5, 2] - \{3\}$$

مثال ١: إذا كانت $S =] ٢ , ٣ -]$ ، $V = [٥ , ١ -]$ فأوجد مستعينا بخط الاعداد

- (١) $S \cup V$ (٢) $S \cap V$ (٣) $S - V$ (٤) $V - S$

الحل



$$(١) S \cup V =] ٢ , ٣ -] \cup [٥ , ١ -] = [٥ , ١ -] \cup] ٢ , ٣ -]$$

$$(٢) S \cap V = [٥ , ١ -] \cap] ٢ , ٣ -] = \emptyset$$

$$(٣) S - V = [٥ , ١ -] -] ٢ , ٣ -] = [٥ , ١ -]$$

$$(٤) V - S = [٥ , ١ -] -] ٢ , ٣ -] = [٥ , ٢]$$

مثال ٢: إذا كانت $S = [٧ , ١ -]$ ، $V = [٤ , ١ [$ مثلثهما على خط الاعداد ثم أوجد

- (١) $S \cup V$ (٢) $S \cap V$ (٣) $S - V$ (٤) $V - S$

الحل



$$(١) S \cup V = [٧ , ١ -] \cup [٤ , ١ [= [٧ , ١ -]$$

$$(٢) S \cap V = [٧ , ١ -] \cap [٤ , ١ [= [٤ , ١ [$$

$$(٣) S - V = [٧ , ١ -] - [٤ , ١ [= [٧ , ٤]$$

$$(٤) V - S = [٤ , ١ [- [٧ , ١ -] = \emptyset$$

مثال ٣: إذا كانت $S =]-\infty, 3]$ ، $V =]1, \infty[$ مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

- (١) $S \cup V$ (٢) $S \cap V$ (٣) $S - V$ (٤) $V - S$

الحل



$$(١) S \cup V =]-\infty, \infty[= \mathbb{R}$$

$$(٢) S \cap V =]1, 3]$$

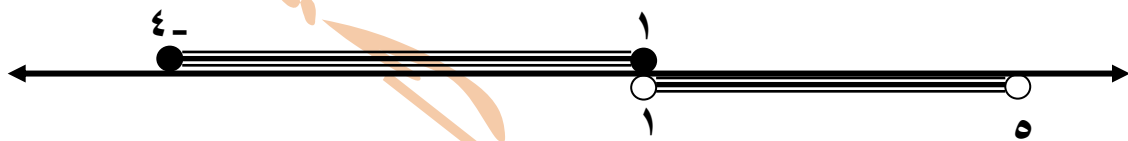
$$(٣) S - V =]-\infty, 1]$$

$$(٤) V - S =]3, \infty[$$

مثال ٤: إذا كانت $S =]1, 4-]$ ، $V =]5, \infty[$ مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

- (١) $S \cup V$ (٢) $S \cap V$ (٣) $S - V$ (٤) $V - S$

الحل



$$(١) S \cup V =]1, 4-] \cup [5, \infty[$$

$$(٢) S \cap V = \emptyset$$

$$(٣) S - V =]1, 4-]$$

$$(٤) V - S = [5, \infty[$$

تمارين على الفترات

[١] اكتب كلا من المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الاعداد

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| (١) $\{x : x > 1, x < 7\}$ | (٦) $\{x : x > 7, x < 3\}$ |
| (٢) $\{x : x \geq 3, x < 6\}$ | (٧) $\{x : x < 5, x < 3\}$ |
| (٣) $\{x : x \geq 1, x > 5\}$ | (٨) $\{x : x \geq 7, x < 3\}$ |
| (٤) $\{x : x \geq 7, x \geq 4\}$ | (٩) $\{x : x \leq 2, x < 3\}$ |
| (٥) $\{x : x > 2, x > 7\}$ | (١٠) $\{x : x \geq 5, x < 3\}$ |
| (١١) $\{x : x > 1, x < 3\}$ | (١٢) $\{x : x < 3, x < 5\}$ |
| (١٣) $\{x : x < 3, x < 5\}$ | (١٤) $\{x : x < 3, x < 5\}$ |
| (١٥) $\{x : x < 1, x < 10\}$ | |
| (١٦) $\{x : x \leq 1, x \leq 7\}$ | |

[٢] اكتب بطريقة الصفة المميزة كلا من الفترات الآتية ومثلها على خط الاعداد

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| (١) $[2, 6]$ | (٢) $[3, 8]$ | (٣) $[-4, 5]$ |
| (٤) $[-1, 6]$ | (٥) $[3, \infty)$ | (٦) $[-5, \infty)$ |
| (٧) $[-4, \infty)$ | (٨) $[-9, \infty)$ | (٩) $[-5, \infty)$ |

[٣] إذا كانت $S = [-3, 4]$ ، $V = [0, 7]$ أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

- (١) $S \cup V$ (٢) $S \cap V$ (٣) $S - V$ (٤) $V - S$

[٤] إذا كانت $S = [0, 6]$ ، $V = [-5, 3]$ أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

- (١) $S \cup V$ (٢) $S \cap V$ (٣) $S - V$ (٤) $V - S$

[٥] إذا كانت $S = [-4, 9]$ ، $V = [1, 5]$ أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س \cup ص (٢) س \cap ص (٣) س - ص (٤) ص - س

[٦] إذا كانت س = $]-\infty, 4]$ ، ص = $]-5, \infty]$ أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س \cup ص (٢) س \cap ص (٣) س - ص (٤) ص - س

[٧] إذا كانت س = $]-5, \infty]$ ، ص = $]-2, \infty]$ أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س \cup ص (٢) س \cap ص (٣) س - ص (٤) ص - س

[٨] إذا كانت س = $]-\infty, 4]$ ، ص = $]-1, \infty]$ أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س \cup ص (٢) س \cap ص (٣) س - ص (٤) ص - س

[٩] إذا كانت س = $]-\infty, 4]$ ، ص = $]-5, 2]$ أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س \cup ص (٢) س \cap ص (٣) س - ص (٤) ص - س

[١٠] أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا مما يأتى

(٩) ح - $]-5, 4]$

(١) $]-3, 4] \cup]1, 7]$

(١٠) ح - $]-3, 4]$

(٢) $]-2, 6] \cup]1, 3]$

(١١) ح - $]-3, 5]$

(٣) $]-2, 8] \cap]1, 5]$

(١٢) ح - $]-7, 4]$

(٤) $]-2, 5] \cup]1, 2]$

(١٣) ح - $]-7, 5]$

(٥) $]-3, 4] \cap]4, 7]$

(١٤) ح - $]-3, 4]$

(٦) $]-3, 7] \cap]1, 5]$

(٢٥) $]-5, \infty] -]2, \infty]$

(٧) $]-3, 2] \cup]0, 6]$

(٢٦) $]-2, \infty] -]4, \infty]$

(٨) $]-3, 7] \cap]4, 7]$

حل متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد

خواص المتباين

لاى ثلاث أعداد حقيقية a, b, c

- إذا كان $a > b$ فإن $a + c > b + c$ [سواء أكانت c موجبة أو سالبة]
- إذا كان $a > b$ فإن $a - c > b - c$ [إذا كانت $c < 0$ موجبة]
- إذا كان $a > b$ فإن $a - c < b - c$ [إذا كانت $c > 0$ سالبة]

مثال ١: أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

صورة فترة ① $s - 1 < 3$ ② $s + 1 \leq 3$

الحل

$$\begin{aligned} \text{① } s + 3 < 1 & \quad \text{② } s - 3 \leq 1 \\ s < -2 & \quad s \leq 4 \\ \therefore \text{م.ح} =] -\infty, -2[& \quad \therefore \text{م.ح} =] -\infty, 4] \end{aligned}$$

مثال ٢: أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

صورة فترة ① $s - 2 > 7$ ② $s + 3 \geq 8$

الحل

$$\begin{aligned} \text{① } s + 7 > 2 & \quad \text{② } s - 8 \geq 3 \\ s > -5 & \quad s \geq 11 \\ \therefore \text{م.ح} =] -5, \infty[& \quad \therefore \text{م.ح} = [11, \infty[\end{aligned}$$

مثال ٣: أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

صورة فترة ① $s - 5 < 11$ ② $s - 1 > 13$

الحل

$$\text{① } s - 11 < 5 \quad \text{② } s - 13 > 1$$

$$٢- س < ٦ \quad \text{بالقسمة } \div -٢$$

$$٣- س > ٤$$

$$\therefore \text{م.ع} = [-٤, \infty)$$

$$٢- س < ٦ \quad \text{بالقسمة } \div -٢$$

$$٣- س > ٤$$

$$\therefore \text{م.ع} = [-٣, \infty)$$

مثلة ٤-ال : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

$$\text{صورة فترة } ① \quad ٢س + ٣ < ١١ \quad \text{②} \quad ٣س - ٢ > ١٣$$

الحل

$$\text{①} \quad ٢س + ٣ < ١١$$

$$\text{②} \quad ٣س - ٢ > ١٣$$

$$\text{بالقسمة } \div ٣$$

$$\text{بالقسمة } \div ٣$$

$$\text{س} > ٤$$

$$\therefore \text{م.ع} = [٥, \infty)$$

$$\therefore \text{م.ع} = [٤, \infty)$$

مثلة ٥-ال : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

$$\text{صورة فترة } ① \quad ٢س - ١ > ٣ \quad \text{②} \quad ٣س + ١ < ١٣$$

الحل

$$\text{①} \quad ٢س - ١ > ٣$$

$$\text{②} \quad ٣س + ١ < ١٣$$

$$\therefore \text{م.ع} = [٤, \infty)$$

$$\therefore \text{م.ع} = [٤, \infty)$$

مثلة ٦-ال : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

$$\text{صورة فترة } ① \quad ٢س - ٣ \leq ١٢ - س \quad \text{②} \quad ٥س - ١٢ \geq س$$

الحل

$$\text{①} \quad ٢س - ٣ \leq ١٢ - س$$

$$\text{②} \quad ٥س - ١٢ \geq س$$

$$\text{س} \geq ٣$$

$$\therefore \text{م.ع} = [٣, \infty)$$

$$\text{①} \quad ٢س - ٣ \leq ١٢ - س$$

$$\text{②} \quad ٥س - ١٢ \geq س$$

$$\text{س} \leq ٥$$

$$\therefore \text{م.ع} = [٥, \infty)$$

مثال ٧: أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

صورة فترة ① $5 > s - 1 > 10$ ② $3 > 2s + 1 \geq 11$

الحل

② $3 - 1 > 2s \geq 11 - 1$

① $1 + 10 > s > 1 + 5$

$5 \geq s > 1 \leftarrow 2 \div$ $10 \geq 2s > 2$

$11 > s > 6$

$\therefore \text{م.ح} = [1, 5]$

$\therefore \text{م.ح} = [6, 11]$

مثال ٨: أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

صورة فترة ① $2 > \frac{1+s}{3} > 1$ ② $7 > 1 + \frac{s}{2} > 3$

الحل

② $1 - 7 > \frac{s}{2} > 1 - 3$

① $3 > 1 + s > 6$ بالضرب $\times 3$

$2 \times$ $2 > \frac{s}{2} > 6$

$1 - 6 > s > 1 - 3$

$12 > s > 4$

$5 > s > 2$

$\therefore \text{م.ح} = [4, 12]$

$\therefore \text{م.ح} = [2, 5]$

مثال ٩: أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

صورة فترة ① $7 \geq 2 - 3 > s > 11$ ② $10 + s > 2 + 3s > 4 + s$

الحل

② بطرح s $10 > 2 + s > 4$

① $3 - 11 > s > 3 - 7$

$2 - 10 > s > 2 - 4$

$2 - \div$ $8 > s > 4$

$4 > s > 1 \leftarrow 2 \div$ $8 > s > 2$

$4 - < s \leq 2 -$

$\therefore \text{م.ح} = [1, 4]$

$\therefore \text{م.ح} = [-4, -2]$

مث ١٠ - أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

صورة فترة ① $4 - س > ١ + س٢ > ١٣ - س$ ② $٢ - س٢ > ٠ > ٢ + س٢ > ١٠ + س٢$

الحل

① بأضافة + س لاطراف الثلاثة ② بأضافة + ٢ س لاطراف الثلاثة

$$٤ > ١ + س٢ > ١٣ - س \quad ٢ > ٢ + س٢ > ١٠ + س٢$$

$$٤ - ١ > ١ + س٢ - ١ > ١٣ - س - ١ \quad ٢ - ٢ > ٢ + س٢ - ٢ > ١٠ + س٢ - ٢$$

$$٣ > ٣ + س٢ > ١٢ - س \quad ٠ > ٠ + س٢ > ١٠ + س٢$$

$$\therefore ح.م. =] ٤ , ١ [\quad \therefore ح.م. =] ٥ , ١ [$$

تمارين على المتباينات فى ح

السؤال الأول : أكمل العبارات الآتية

(١) إذا كانت $٧ - س < ٣$ فإن $س > \dots\dots\dots$

(٢) إذا كانت $س \in] ٥ , ٣ [$ فإن $س٢ \in \dots\dots\dots$

(٣) إذا كانت $س \in] ٦ , ٢ [$ فإن $س + ١ \in \dots\dots\dots$

(٤) إذا كانت $س \in] ٥ , ٣ [$ فإن $س٢ \in \dots\dots\dots$

(٥) إذا كانت $٥ > س > ٣$ حيث $س \in] ٥ , ٣ [$ فإن $س٢ \in \dots\dots\dots$

(٦) إذا كانت $س \in] ٤ , ٣ - [$ فإن $س٢ \in \dots\dots\dots$

(٧) إذا كانت $س \in] ٩ , ٤ [$ فإن $\sqrt{س} \in \dots\dots\dots$

(٨) إذا كانت $س \in] ٣ , ٢ - [$ فإن $س٣ \in \dots\dots\dots$

(٩) إذا كانت $س٢ \in] ١٤ , ٦ [$ فإن $س \in \dots\dots\dots$

(١٠) إذا كانت $س \in] ٣ , \infty [$ هى مجموعة حل المتباينة $س \geq ب$ فإن $ب = \dots\dots\dots$

(١١) إذا كانت $س٢ + ٣ \in] ١٣ , ٧ [$ فإن $س \in \dots\dots\dots$

السؤال الثانى : أكتب على صورة فترة مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية

$$(١٦) \text{ س } + ١ > ٢ \text{ س } - ٥ > \text{ س } + ٧$$

$$(١) \text{ س } < ١٢$$

$$(١٧) \text{ س } - ١ \geq ٣ \text{ س } + ٧ \geq \text{ س } + ١٥$$

$$(٢) - \text{ س } < ١٢$$

$$(١٨) ٩ > ٣ + \text{ س } > ٥$$

$$(٣) \frac{٣}{٢} \text{ س } > ٦$$

$$(١٩) ٩ < ٥ + \text{ س } -$$

$$(٤) \text{ س } - ١ > ٥$$

$$(٢٠) \text{ س } - ٣ > ١ - \text{ س }$$

$$(٥) \text{ س } + ١ \geq ٤$$

$$(٢١) ٩ + \text{ س } > ٣ - ٢ \text{ س }$$

$$(٦) \text{ س } - ٣ \leq ٥$$

$$(٢٢) ٩ < ٤ \text{ س } - ٧$$

$$(٧) \text{ س } - ٣ < ٧$$

$$(٢٣) ٥ + \text{ س } - \geq ٢ + \text{ س } > ١ - \text{ س } -$$

$$(٨) ١٠ > ٢ - ٣ \text{ س }$$

$$(٢٤) \text{ س } - ٤ > \text{ س } > \text{ س } -$$

$$(٩) ٤١ > ١ + ٥ \text{ س }$$

$$(٢٥) ٢ - \text{ س } < ٢ \text{ س } < ٣ + \text{ س }$$

$$(١٠) ٥ < ٢ - ٧ \text{ س }$$

$$(٢٦) ٣ - \text{ س } \leq ١ - \text{ س } \leq ٣ + \text{ س }$$

$$(١١) ١١ > ٤ - ٣ \text{ س }$$

$$(٢٧) ٥ + ٢ \text{ س } > ٣ + ٣ \text{ س } > ٢ + ٢ \text{ س }$$

$$(١٢) ١١ \geq ١ + \text{ س } > ٣$$

$$(٢٨) ٣ - \text{ س } > ٢ - ١ \geq \text{ س } - ١$$

$$(١٣) ٥ \geq ٣ - \text{ س } \geq ٢$$

$$(٢٩) ٥ + ٢ \text{ س } \geq ٣ - ٤ \geq ١ - ٣ \text{ س }$$

$$(١٤) ١١ > ١ + ٢ \text{ س } \geq ٣$$

$$(٣٠) ٧ + \text{ س } > ٣ + ٣ \text{ س } \geq ٢ + ٢ \text{ س }$$

$$(١٥) ١٧ \geq ٢ + ٣ \text{ س } > ٥$$

العمليات على الأعداد الحقيقية

• خواص عملية الجمع في ح

(١) خاصية الإغلاق : مجموع أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي

إذا كان $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، فإن $a + b \in \mathbb{R}$

(٢) خاصية الإبدال : عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، فإن $a + b = b + a$

(٣) خاصية التجميع (الدمج) : لأي ثلاث أعداد حقيقية a ، b ، c فإن

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

(٤) العنصر المحايد الجمعي : الصفر هو العنصر المحايد الجمعي في ح

$$a + 0 = 0 + a = a$$

(٥) المعكوس الجمعي : لكل عدد حقيقي a يوجد معكوس جمعي $(-a)$

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

• المعكوس الجمعي للعدد صفر هو صفر

خواص عملية الضرب في ح

(١) خاصية الإغلاق : حاصل ضرب أي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي

إذا كان $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، فإن $a \times b \in \mathbb{R}$

(٢) خاصية الإبدال : عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان $a \in \mathbb{R}$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، فإن $a \times b = b \times a$

(٣) خاصية التجميع (الدمج) : لأي ثلاث أعداد حقيقية a ، b ، c فإن

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

(٤) العنصر المحايد الضربي : الواحد هو العنصر المحايد الضربي في ح

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

(٥) المعكوس الضربى : لكل عدد حقيقى p يوجد معكوس ضربى هو $\frac{1}{p}$

$$p \times \left(\frac{1}{p}\right) = 1 \quad \text{فمثلاً: العدد } \frac{3}{5} \quad \text{معكوسه الضربى } \frac{5}{3}$$

لاحظ أن المعكوس الضربى للعدد واحد هو واحد ، لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر

مثال ١ : اختصر لابسطة صورة $\sqrt[3]{4} + 7 + \sqrt[3]{2} + 5$

الحل

$$\text{المقدار} = (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}) + (7 + 5) = \sqrt[3]{6} + 12$$

مثال ٢ : اختصر لابسطة صورة $\sqrt[2]{6} - \sqrt[5]{4} + \sqrt[2]{3} + \sqrt[5]{2}$

الحل

$$\text{المقدار} = (\sqrt[2]{6} - \sqrt[2]{3}) + (\sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{2}) = \sqrt[2]{3} - \sqrt[5]{6}$$

مثال ٣ : اختصر لابسطة صورة $(5 - \sqrt[3]{2})(2 + \sqrt[3]{1})$

الحل

$$\text{المقدار} = (5 - \sqrt[3]{2})^2 + (5 - \sqrt[3]{1})^2 \sqrt[3]{1}$$

$$= 5 - x^2 + \sqrt[3]{2} \times 2 + 5 \times \sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{1} \times \sqrt[3]{1} =$$

$$= 10 - \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{5} - 3 = \sqrt[3]{1} - 7 -$$

مثال ٤ : اختصر لابسطة صورة $^2(\sqrt[5]{1} + \sqrt[3]{1})$

الحل

$$\text{المقدار} = ^2(\sqrt[5]{1}) + \sqrt[5]{1} \times \sqrt[3]{1} \times 2 + ^2(\sqrt[3]{1}) =$$

$$= 3 + \sqrt[5]{1}^2 + 8 = 5 + \sqrt[5]{1}^2$$

مثال ٥ : اختصر لابسطة صورة $(4 - \sqrt[5]{3})(4 + \sqrt[5]{3}) + ^2(5 - \sqrt[2]{3})$

الحل

$$\text{المقدار} = \sqrt{(2\sqrt{3})} - \sqrt{(5\sqrt{3})} + \sqrt{(5)} + 5 \times \sqrt{2\sqrt{3}} \times 2 - \sqrt{(4)}$$

$$= 16 - 5 \times 9 + 25 + 2\sqrt{30} - 2 \times 9 =$$

$$= 2\sqrt{30} - 72 = 16 - 45 + 25 + 2\sqrt{30} - 18 =$$

مئلال : إذا كان $2 - 5\sqrt{3} = م$ ، $2 + 5\sqrt{3} = ب$
أؤد قيمة $م^2 + 2مب + ب^2$

الحل

$$\text{المقدار} = م^2 + 2مب + ب^2 = \sqrt{(ب + م)}$$

$$= 180 = 5 \times 36 = \sqrt{(5\sqrt{6})} = \sqrt{(2 + 5\sqrt{3} + 2 - 5\sqrt{3})} =$$

مئلال : إذا كان $5 + 3\sqrt{2} = م$ ، $5 - 3\sqrt{2} = ب$
أؤد قيمة المقدار: $م^2 - 2مب + ب^2$

الحل

$$\text{المقدار} = م^2 - 2مب + ب^2 = \sqrt{(ب - م)}$$

$$= \sqrt{[(5 - 3\sqrt{2}) - (5 + 3\sqrt{2})]} =$$

$$= 100 = \sqrt{(10)} = \sqrt{(5 + 3\sqrt{2} - 5 + 3\sqrt{2})} =$$

مئلال : إذا كان $3\sqrt{5} + 5\sqrt{3} = أ$ ، $3\sqrt{5} - 5\sqrt{3} = ب$
أؤد قيمة القدار $م^2 + ب^2$

الحل

$$\sqrt{(3\sqrt{5})} + 3\sqrt{5} \times 5\sqrt{3} \times 2 + \sqrt{(5\sqrt{3})} = \sqrt{(3\sqrt{5} + 5\sqrt{3})} = م$$

$$= 15\sqrt{2} + 8 = 3 + 15\sqrt{2} + 5 =$$

$$\sqrt{(3\sqrt{5})} + 3\sqrt{5} \times 5\sqrt{3} \times 2 - \sqrt{(5\sqrt{3})} = \sqrt{(3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})} = ب$$

$$= 15\sqrt{2} - 8 = 3 + 15\sqrt{2} - 5 =$$

$$\text{المقدار} = 16 = 15\sqrt{2} - 8 + 15\sqrt{2} + 8 =$$

مثال ٩: إذا كان $3 - \sqrt{2} = p$ ، $3 + \sqrt{2} = b$ ،

أوجد قيمة المقدار $p^2 + b^2 + p + b$

الحل

$$p^2 + 3 \times \sqrt{2} \times 2 - (\sqrt{2})^2 = (3 - \sqrt{2})^2 = p^2$$

$$\sqrt{2} \times 12 - 29 = 9 + \sqrt{2} \times 12 - 5 \times 4 =$$

$$p^2 - (\sqrt{2})^2 = (3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = b^2$$

$$11 = 9 - 20 = 9 - 5 \times 4 =$$

$$p^2 + 3 \times \sqrt{2} \times 2 + (\sqrt{2})^2 = (3 + \sqrt{2})^2 = b^2$$

$$\sqrt{2} \times 12 + 29 = 9 + \sqrt{2} \times 12 + 5 \times 4 =$$

$$69 = \sqrt{2} \times 12 + 29 + 11 + \sqrt{2} \times 12 - 29 = \text{المقدار} \therefore$$

مثال ١٠: إذا كان $6 + \sqrt{3} = p$ ، $6 - \sqrt{3} = b$ ،

أوجد قيمة المقدار $p^2 - b^2$

الحل

$$\text{المقدار } p^2 - b^2 = (p + b)(p - b)$$

$$[(6 + \sqrt{3}) + (6 - \sqrt{3})][(6 + \sqrt{3}) - (6 - \sqrt{3})] =$$

$$\sqrt{3} \times 12 = 12 \times \sqrt{3} = (6 + \sqrt{3} - 6 + \sqrt{3}) \sqrt{3} =$$

مثال ١١: أكتب كلا من الأعداد الآتية بحيث يكون المقام عدد صحيحا

$$\frac{7}{2\sqrt{5}} \text{ (ج)}$$

$$\frac{6}{3\sqrt{2}} \text{ (ب)}$$

$$\frac{2}{5\sqrt{2}} \text{ (أ)}$$

الحل

$$\frac{7}{2\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{7\sqrt{5}}{10} \text{ (ج)}$$

$$\frac{6}{3\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{3 \times 2} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \text{ (ب)}$$

$$\frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{5} \text{ (أ)}$$

العمليات على الجذور التربيعية

إذا كان m ، b عددين حقيقيين غير سالبين فإن

$$\sqrt{m} \times \sqrt{b} = \sqrt{mb} \quad \text{والعكس} \quad \sqrt{mb} = \sqrt{m} \times \sqrt{b} \quad \diamond$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10} \quad , \quad \sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \quad \text{فمثلا}$$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{m}{b}} \quad \text{والعكس} \quad \sqrt{\frac{m}{b}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{b}} \quad \diamond$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}} \quad \text{وكذلك} \quad 3 = \sqrt{\frac{6}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \quad \text{فمثلا}$$

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{m} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{mb}}{\sqrt{b^2}} = \frac{\sqrt{mb}}{b} \quad \diamond$$

$$3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \quad \text{فمثلا} \quad m = (\sqrt{m})^2 = \sqrt{m} \times \sqrt{m} \quad \diamond$$

خاصية التوزيع (توزيع الضرب على الجمع)

إذا كان m ، b ، c أعداد حقيقية فإن

$$c \times (b + m) = (b + m) \times c$$

$$6 + \sqrt{10} = \sqrt{3} \times 2 + \sqrt{5} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3} \times 2 + \sqrt{5} \times \sqrt{3}) \quad \text{فمثلا}$$

$$\frac{5}{2-3} \quad \text{هو} \quad \frac{5}{2-3} \quad \text{المعكوس الجمعى للعدد} \quad \frac{5}{2-3} \quad \text{أو} \quad \frac{5}{3-2}$$

$$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{هو} \quad \frac{\sqrt{10}}{10} \quad \text{المعكوس الضربى للعدد}$$

مثال ١ : ضع كلا مما يأتي على صورة $\frac{m}{n} \times b$

حيث m ، ب عدنان صحيحان ، ب أصغر قيمة ممكنة

$$\sqrt{48} \quad (3)$$

$$\sqrt{50}(2)$$

۱۲۷ (۱)

$$\sqrt{\dots} \quad (7)$$

$$\sqrt{28} \sqrt{5} (0)$$

$$\sqrt{0.3}$$

الحل

$$\sqrt{5} \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{15} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{4}{6}} = \sqrt[6]{x^4} \quad (1)$$

$$\sqrt{\gamma} \circ = \sqrt{x \circ} \gamma = \sqrt{\circ} \gamma \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4 \times 16} = \sqrt[3]{64} \quad (3)$$

$$\sqrt{1 \cdot 1} = \sqrt{1 \times 1} = \sqrt{1 \cdot 1} \quad (7)$$

$$\sqrt{y} \sqrt{z} = \sqrt{y \times z} = \sqrt{yz} \quad (5)$$

مثال ٢: ضع كلاما يأتي على صورة $\frac{1}{2}$ أب حيث ب عدد صحيح

$$\sqrt[3]{1.5} \quad \textcircled{5}$$

۲۷۳ (۴)



572 (P)

الحل

$$\overline{\varepsilon \wedge \nu} = \overline{3 \times 16} \nu = 3 \nu \varepsilon \quad \odot$$

$$\sqrt{2} \sqrt{v} = \sqrt{0 \times 4} \sqrt{v} = \sqrt{0} \sqrt{v} \textcircled{1}$$

$$\sqrt{\cdot} \cdot \sqrt{\cdot} = \sqrt{\cdot \times \cdot} \cdot \sqrt{\cdot} = \sqrt{\cdot} \sqrt{\cdot} \cdot \sqrt{\cdot} \quad \textcircled{4}$$

$$\sqrt{18} \sqrt{v} = \sqrt{2 \times 9} \sqrt{v} = \sqrt{2} \sqrt{v} \cdot 3 \quad \textcircled{\text{A}}$$

مثال ٣- : ضع كلا مما يأتي على صورة \sqrt{a} حيث ب أصغر صورة ممكنة

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt{15} \sqrt[3]{2} \quad \textcircled{5}$$

$$\sqrt{1.0} \times \sqrt{0.0} \quad \textcircled{P}$$

$$\sqrt{32} \times \sqrt{2} \text{ (C)}$$

$$\sqrt{10} \times \sqrt[3]{2} \quad \textcircled{p}$$

الحل

$$\overline{o} \vee r = \overline{o} \vee x \vee r \vee x \vee r = \overline{1} \vee x \vee r \quad (\text{P})$$

$$\lambda = \varepsilon \times \gamma = \overline{\gamma} \sqrt{\varepsilon} \times \overline{\gamma} \sqrt{\varepsilon} = \overline{\gamma} \sqrt{\varepsilon} \times \overline{16} \sqrt{\varepsilon} \times \overline{\gamma} \sqrt{\varepsilon} = \overline{32} \sqrt{\varepsilon} \times \overline{\gamma} \sqrt{\varepsilon} \odot$$

$$\overline{2} \vee 5 = \overline{2} \vee x \quad 5 \vee x \quad 5 \vee = \overline{1} \vee x \quad 5 \vee \quad \textcircled{A}$$

$$\overline{0}\sqrt{18} = \overline{0}\sqrt{3 \times 2 \times 3} = \overline{3}\sqrt{2} \times \overline{0}\sqrt{3} \times \overline{3}\sqrt{2} = \overline{3}\sqrt{2} \times \overline{10}\sqrt{3} \text{ (5)}$$

مثال ٤ : أختصر إلى أبسط صورة

$$\ominus \quad 7\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 12\sqrt{2}$$

$$\textcircled{1} \quad 9\sqrt{2} - 18\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

الحل

$$\ominus \text{ المقدار} = 3 \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 3 \times 4\sqrt{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ المقدار} = 2 \times 4\sqrt{2} - 2 \times 9\sqrt{2} + 2 \times 2\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \times 2 =$$

$$2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} =$$

$$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} =$$

$$2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} =$$

مثال ٥ : أختصر إلى أبسط صورة

$$\ominus \quad \frac{1}{4}\sqrt{6} + 8\sqrt{3} - 32\sqrt{2}$$

$$\textcircled{1} \quad 27\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$$

الحل

$$\ominus \text{ المقدار} = \frac{1}{4} \times 36\sqrt{2} + 2 \times 4\sqrt{3} - 2 \times 16\sqrt{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ المقدار} = 3 \times 9\sqrt{2} + 3 \times 4\sqrt{2} - 3 \times 2\sqrt{2}$$

$$18\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \times 3 - 2\sqrt{2} =$$

$$3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$$

$$2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} =$$

$$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$$

مثال ٦ : أختصر إلى أبسط صورة كلا مما يأتي : $(4 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{5})$

الحل

$$\text{المقدار} = 4 \times 2 - \sqrt{2} \times 2 - 4 \times \sqrt{5} + \sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

$$3 - \sqrt{2} = 8 - \sqrt{2} - \sqrt{2} + 5 =$$

$$3 - \sqrt{2} = 8 - \sqrt{2} + 5 = \text{المقدار} \quad \text{حل آخر بمجرد النظر}$$

مثال ٧ : أختصر إلى أبسط صورة كلا مما يأتي : $(3\sqrt{2} - \sqrt{5})(3\sqrt{2} + \sqrt{5})$

الحل

$$\text{المقدار} = 1\sqrt{2} + 7 = 3\sqrt{2} - \sqrt{5} \times 3\sqrt{2} + \sqrt{5} \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{5} \times 2\sqrt{2}$$

$$1\sqrt{2} + 7 = 3 - 1\sqrt{2} + 1\sqrt{2} - 2 \times 5 = \text{المقدار} \quad \text{بمجرد النظر}$$

مثال ٨: إذا كان $\sqrt{2} + \sqrt{5} = س$ ، $\sqrt{2} - \sqrt{5} = ص$ ،

أوجد قيمة المقدار $س^2 + ص^2$ في أبسط صورة

الحل

$$\text{المقدار} = (س + ص)^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5})^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = ٤ + ٥ + ٢\sqrt{١٠} = ٩ + ٢\sqrt{١٠}$$

مثال ٩: إذا كان $\sqrt{2} + \sqrt{3} = ا$ ، $\sqrt{2} - \sqrt{3} = ب$ ،

أوجد قيمة المقدار $ا^2 - ب^2$ في أبسط صورة

الحل

$$\text{المقدار} = (ا + ب)(ا - ب)$$

$$[\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}][\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3}] =$$

$$= ٤ - ٣ = ١$$

مثال ١٠: إذا كان $\sqrt{2} - \sqrt{3} = م$ ، $\sqrt{2} + \sqrt{3} = ل$ ،

أوجد قيمة المقدار $ل^2 + م^2$

الحل

$$\text{المقدار} = ل^2 + م^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$$

$$= (٢ + ٣ + ٢\sqrt{٦}) + (٢ + ٣ - ٢\sqrt{٦}) = ١٠$$

$$= ١٠$$

تمارين على الجذور التربيعية

السؤال الأول: أختصر كلا مما يأتى لا بسط صورة

$$(٢) \sqrt{٢٠} + \sqrt{١٨} - \sqrt{٥٠}$$

$$(١) \sqrt{٤٨} - \sqrt{٧٥} + \sqrt{١٢}$$

$$(٤) \sqrt{١٧٥} - \sqrt{٦٣} + \sqrt{٢٨}$$

$$(٣) \sqrt{٨٠} + \sqrt{٤٥} - \sqrt{٢٠}$$

$$(٦) \sqrt{٩٦} + \sqrt{٥٤} - \sqrt{١٥٠} + \sqrt{٢٤}$$

$$(٥) \sqrt{٤٠} + \sqrt{١٦٠} - \sqrt{٩٠}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{12} + \sqrt{18} \quad (٨)$$

$$\sqrt{18} - \sqrt{8} - \sqrt{12} + \sqrt{18} \quad (٧)$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{8} \quad (١٠)$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{8} - \sqrt{12} + \sqrt{18} \quad (٩)$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \quad (١٢)$$

$$(\sqrt{7} + \sqrt{35})(\sqrt{7} - \sqrt{35}) \quad (١١)$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{5}) \quad (١٤)$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5}) \quad (١٣)$$

$$(\sqrt{35} + \sqrt{2}) \quad (١٦)$$

$$(2 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{2}) \quad (١٥)$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{5})\sqrt{2} \quad (١٨)$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \quad (١٧)$$

السؤال الثاني : أجب المقام فى كلا مما يأتى عدد صحيحاً

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad (٥)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad (٦)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad (٧)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad (٨)$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{3}} \quad (٩)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \quad (١٠)$$

$$\frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{5}} \quad (١١)$$

$$\frac{5 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \quad (١٢)$$

السؤال الثالث : ضع على صورة $\sqrt{2}$ كلا مما يأتى حيث ب أصغر ما يمكن

$$\sqrt{8} \quad (١٣)$$

$$\sqrt{10} \quad (١٤)$$

$$\sqrt{18} \quad (١٥)$$

$$\sqrt{12} \quad (١٦)$$

$$\sqrt{18} \quad (١٧)$$

السؤال الرابع : ضع على صورة $\sqrt{2}$ كلا مما يأتى

$$\sqrt{2} \quad (١٨)$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} \quad (١٩)$$

$$\sqrt{5} \quad (٢٠)$$

$$\sqrt{3} \quad (٢١)$$

$$\sqrt{2} \quad (٢٢)$$

الكميتان المترافقتان

تعريف

إذا كان a ، b عددين نسبين موجبين فإن كلا من العددين $a + \sqrt{b}$ ، $a - \sqrt{b}$ يعتبر مرافقاً للعدد الآخر

حاصل ضرب الكميتين المترافقتين = مربع الاول - مربع الثانى

مثال ١ : أكتب الكسر $\frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{7}}$ بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

الحل

بضرب البسط والمقام فى مرافق المقام $\sqrt{2} + \sqrt{7}$

$$\sqrt{2} + \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{7}) \cdot 5}{5} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{7}) \cdot 5}{2 - 7} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} \times \frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{7}}$$

مثال ٢ : إذا كان $s = \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{7}}$ ، $\sqrt{3} - \sqrt{7} = s$ ،

إثبت أن s ، s كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $s^2 + 2s + s^2$

الحل

$$\sqrt{3} + \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot 4}{4} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot 4}{3 - 7} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} \times \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} = s$$

المقدار $s^2 + 2s + s^2 = (s + s)^2$

$$28 = 7 \times 4 = 4(7 \times 2) = 4(\sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{3} + \sqrt{7}) =$$

مثال ٣ : إذا كان $s = \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$ ، $\sqrt{2} - \sqrt{5} = s$ ،

إثبت أن s ، s كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $s^2 + 2s + s^2$

الحل

$$\sqrt{2} - \sqrt{5} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{5}) \cdot 3}{3} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{5}) \cdot 3}{2 - 5} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} \times \frac{3}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} = s$$

$$\text{المقدار} = \sqrt{s} \sqrt{s} = \sqrt{(s \text{ ص})}$$

$$9 = \sqrt{(3)} = \sqrt{(2 - 5)} = \sqrt{[(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})]} =$$

مثال: إذا كان $\sqrt{2} - \sqrt{5} = s$ ، $\frac{1}{s} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

إثبت أن s ، s كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ ص + $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ص

الحل

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} = \frac{1}{s} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$$

$$\text{المقدار} \sqrt{2} - \sqrt{5} = \sqrt{s} \sqrt{s} = \sqrt{(s \text{ ص})}$$

$$96 = 6 \times 16 = \sqrt{(6 \times 16)} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{5})} =$$

مثال: إذا كانت $\sqrt{5} - \sqrt{2} = s$ ، $\frac{3}{s} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ ، $\sqrt{5} + \sqrt{2} = s$ ،

إثبت أن s ، s كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{s + \sqrt{5}}{s}$

الحل

$$\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^3}{5 - 2 \times 4} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = s$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^3}{3} =$$

$$\sqrt{2} \times 4 = \sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = s + \sqrt{5}$$

$$3 = 5 - 8 = 5 - 2 \times 4 = (\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = s \text{ ص}$$

$$\frac{\sqrt{2} \times 4}{3} = \frac{s + \sqrt{5}}{s} = \text{المقدار}$$

مثال ٦-ال : إذا كان $s = \frac{3}{2 - \sqrt{7}}$ ، $v = 2 - \sqrt{7}$ ،

إثبت أن s ، v كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $s^2 + s + v^2 + v$

الحل

$$\frac{(2 + \sqrt{7})^3}{4 - 7} = \frac{2 + \sqrt{7}}{2 + \sqrt{7}} \times \frac{3}{2 - \sqrt{7}} = s$$

$$2 + \sqrt{7} = \frac{(2 + \sqrt{7})^3}{s} =$$

$$\sqrt{7}s + 11 = 4 + \sqrt{7}s + 7 = (2 + \sqrt{7})^2 = s^2$$

$$3 = 4 - 7 = (2 - \sqrt{7})(2 + \sqrt{7}) = sv$$

$$\sqrt{7}s - 11 = 4 + \sqrt{7}s - 7 = (2 - \sqrt{7})^2 = v^2$$

$$25 = \sqrt{7}s - 11 + 3 + \sqrt{7}s + 11 = \text{المقدار}$$

تمارين على الكميتان المترافقتان

السؤال الأول : ضع كلا من الكسور الآتية بحيث يكون المقام عدد صحيحاً

$$\frac{2}{2 + 5\sqrt{7}} \quad \text{⑤} \quad \frac{4}{5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}} \quad \text{⑥} \quad \frac{4}{3\sqrt{7} + 7\sqrt{7}} \quad \text{⑦} \quad \frac{2}{3\sqrt{7} - 5\sqrt{7}} \quad \text{⑧}$$

[٢] إذا كانت $\frac{2}{\sqrt{7} - 3} = 1$ ، $\sqrt{7} - 3 = 1$ ،

إثبت أن 1 ، 1 كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $1^2 + 1 + 1^2 + 1$

[٣] إذا كانت $1 = 2 + 3\sqrt{7}$ ، $\frac{1}{3\sqrt{7} + 2} = 1$ ،

إثبت أن 1 ، 1 كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $1^2 - 1 + 1^2 + 1$

[٤] إذا كانت $\frac{2}{5\sqrt{7} - 7\sqrt{7}} = 1$ ، $5\sqrt{7} - 7\sqrt{7} = 1$ ،

إثبت أن 1 ، 1 كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $1^2 + 1 + 1^2 + 1$

[٥] إذا كانت $\sqrt{2} - 1 = \sqrt{b}$ ، $\frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \sqrt{a}$ ،

إثبت أن \sqrt{a} ، \sqrt{b} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{b} + \sqrt{a}$

[٦] إذا كانت $\sqrt{3} + \sqrt{11} = \sqrt{c}$ ، $\frac{2}{3 + \sqrt{11}} = \sqrt{s}$ ،

إثبت أن \sqrt{s} ، \sqrt{c} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{s} + \sqrt{c}$

[٧] إذا كانت $\sqrt{3} - \sqrt{10} = \sqrt{b}$ ، $\frac{1}{3 - \sqrt{10}} = \sqrt{d}$ ،

إثبت أن \sqrt{b} ، \sqrt{d} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{b} - \sqrt{d}$

[٨] إذا كانت $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{a}$ ، $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \sqrt{b}$ ،

إثبت أن \sqrt{a} ، \sqrt{b} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

[٩] إذا كانت $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{a}$ ، $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \sqrt{b}$ ،

إثبت أن \sqrt{a} ، \sqrt{b} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

[١٠] إذا كانت $\sqrt{5} - 1 = \sqrt{a}$ ، $\frac{4}{1 - \sqrt{5}} = \sqrt{b}$ ،

إثبت أن \sqrt{a} ، \sqrt{b} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

[١١] إذا كانت $\sqrt{5} - 2 = \sqrt{a}$ ، $\frac{1}{2 - \sqrt{5}} = \sqrt{b}$ ، $\frac{20}{5\sqrt{a}} = \sqrt{c}$ أوجد قيمة المقدار $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

[١٢] إذا كانت $\sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{s}$ ، أوجد قيمة المقدار $(\sqrt{s} + \sqrt{s})^2$

[١٣] إذا كانت $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{a}$ ، $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \sqrt{b}$ ،

إثبت أن \sqrt{a} ، \sqrt{b} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

[١٤] إذا كانت $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{a}$ ، $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \sqrt{b}$ ، $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \sqrt{c}$ ،

إثبت أن \sqrt{s} ، \sqrt{c} كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c}$

$$[١٥] \text{ إذا كانت } س = \frac{٤}{٣\sqrt{٢} - \sqrt{٢}} ، ص = \frac{١}{٣\sqrt{٢} - \sqrt{٢}}$$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار س^٢ + ص^٢

$$[١٦] \text{ إذا كانت } س = \frac{٢}{١ - ٣\sqrt{٢}} ، ص = \frac{٣\sqrt{٢} - ٣}{٣\sqrt{٢}}$$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{س + ص}{س ص}$

$$[١٧] \text{ إذا كانت } س = ٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٢} ، ص = ٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٢}$$

إثبت أن س ، ص كلا منهما معكوس ضربى للآخر ثم أوجد (س - ص)^٢

$$[١٨] \text{ إذا كانت } س = \frac{١ - ٢\sqrt{٢}}{٨ - ٣\sqrt{٢}} ، ص = \frac{١}{١ - ٢\sqrt{٢}}$$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار ٢ س ص

$$[١٩] \text{ إذا كانت } س = ٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} ، ص = ٢$$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار ص^٢ - س^٢

[٢٠] أكمل العبارات الآتية

$$(١) (\sqrt{٢} - ٣)^\circ (\sqrt{٢} + ٣)^\circ = \dots\dots\dots$$

$$(٢) \text{ المعين الذى طولاً قطريه } (٢\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢}) ، (٢\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢}) \text{ من وحدات الطول}$$

فإن مساحته وحدة مربعة

$$(٣) \text{ إذا كانت } س = ٢ - ٣\sqrt{٢} ، ص = س^{-١} \text{ فإن } س + ص = \dots\dots\dots$$

$$(٤) \text{ إذا كانت } س = \frac{٢ + ٥\sqrt{٢}}{٢ - ٥\sqrt{٢}} \text{ فإن قيمة } س \text{ الموجبة} = \dots\dots\dots$$

$$(٥) \dots\dots\dots = {}^٩(-٣\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٢}) {}^٩(-٣\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٢})$$

$$(٦) \dots\dots\dots = {}^٢(١٠\sqrt{٢} + ١١\sqrt{٢}) {}^٤(١٠\sqrt{٢} - ١١\sqrt{٢})$$

العمليات على الجذور التكعيبة

♣ إذا كان a, b عددين حقيقيين فإن

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{1} \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{12} \times \sqrt[3]{1} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{b} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b^3}} \quad \text{فمثلا} \quad \frac{\sqrt[3]{12}}{5} = \frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{125}} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{1} \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{12} \times \sqrt[3]{1} \quad (3)$$

$$0 = \sqrt[3]{0} \times \sqrt[3]{0} \times \sqrt[3]{0} \quad \text{فمثلا} \quad 1 = \sqrt[3]{1} \times \sqrt[3]{1} \times \sqrt[3]{1} \quad (4)$$

مثال ١: أختصر إلى أبسط صورة

$$\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} \quad \text{ⓐ} \quad \sqrt[3]{320} - \sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{4} \quad \text{ⓑ}$$

الحل

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{2 \times 125} - \sqrt[3]{2 \times 8} + \sqrt[3]{2 \times 27} & \sqrt[3]{5 \times 64} - \sqrt[3]{5 \times 27} + \sqrt[3]{5 \times 8} \\ \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{27} & \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{8} \\ \sqrt[3]{2} \times 5 - \sqrt[3]{2} \times 2 + \sqrt[3]{2} \times 3 & \sqrt[3]{5} \times 4 - \sqrt[3]{5} \times 3 + \sqrt[3]{5} \times 2 \\ \sqrt[3]{2} \times 7 & \sqrt[3]{5} \times 4 - \sqrt[3]{5} \times 1 = \end{array}$$

مثال ٢: أختصر إلى أبسط صورة

$$\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} \quad \text{ⓐ} \quad \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375} \quad \text{ⓑ}$$

الحل

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{\frac{1}{4} \times 64} + \sqrt[3]{2 \times 125} - \sqrt[3]{2 \times 27} & \sqrt[3]{3 \times 27} + \sqrt[3]{3 \times 8} - \sqrt[3]{3 \times 125} \\ \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \times \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{27} & \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{125} \\ \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \times 4 + \sqrt[3]{2} \times 5 - \sqrt[3]{2} \times 3 & \sqrt[3]{3} \times 3 + \sqrt[3]{3} \times 2 - \sqrt[3]{3} \times 5 \\ \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \times 10 & \sqrt[3]{3} \times 6 - \sqrt[3]{3} \times 3 = \end{array}$$

مثال ٣- أوجد : $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{8}$ في أبسط صورة

الحل

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{8} \\ &= \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{2^3} \\ &= \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

مثال ٤- أوجد في أبسط صورة $(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9})$

الحل

$$\begin{aligned} \text{تذكر أن } (a - b)(a^2 + ab + b^2) &= a^3 - b^3 \\ (a + b)(a^2 - ab + b^2) &= a^3 + b^3 \\ \text{المقدار} &= (\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}) \\ &= \sqrt[3]{2^3} - \sqrt[3]{3^3} = 2 - 3 = -1 \end{aligned}$$

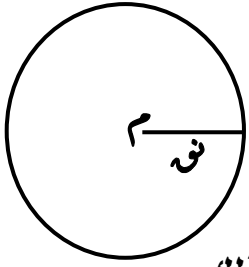
تمارين على الجذور التكعيبية

السؤال الأول أوجد كلا مما يأتي في أبسط صورة :-

$$\begin{aligned} \text{أ} \quad \sqrt[3]{250} & \quad \text{ب} \quad \sqrt[3]{54} & \text{ج} \quad \sqrt[3]{16} \\ \text{د} \quad \sqrt[3]{10} & \quad \text{هـ} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{27}} & \text{و} \quad \sqrt[3]{135} \end{aligned}$$

السؤال الثاني أختصر كلا مما يأتي إلى أبسط صورة

$$\begin{aligned} \text{أ} \quad \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{8} & \quad \text{ب} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{9}} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81} \\ \text{ج} \quad \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{54} & \quad \text{د} \quad \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{2} \\ \text{هـ} \quad \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} & \quad \text{و} \quad \sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} \\ \text{ز} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{3} & \quad \text{ح} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{4}} - \sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} \end{aligned}$$



تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية

أولاً . الدائرة

محيط الدائرة = $2\pi r$ ، ، ، ، مساحة الدائرة = πr^2 ، حيث نق هو نصف قطر الدائرة ، $\frac{22}{7} = \pi$ ، أ ، ١٤ و ٣ مالم يذكر خلاف ذلك

مثال ١ - دائرة مساحتها ١٥٤ سم^٢ أوجد محيطها لاقرب سم ($\frac{22}{7} = \pi$)

الحل

$$\text{مساحتها} = \pi r^2 = 154 \Rightarrow \frac{22}{7} r^2 = 154 \Rightarrow r^2 = 49 \Rightarrow r = 7 \text{ سم}$$

$$\therefore r = 7 \text{ سم} \therefore \text{محيط الدائرة} = 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{محيط الدائرة} = 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ سم}$$

مثال ٢ - دائرة مساحتها 36π أوجد طول نصف قطرها ثم أوجد محيطها

الحل

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = 6 \text{ سم}$$

$$\therefore r = 6 \text{ سم} \therefore \text{محيطها} = 2\pi r = 2 \times \pi \times 6 = 12\pi$$

$$\text{محيطها} = 2\pi r = 2 \times \pi \times 6 = 12\pi$$

تمارين على الدائرة

(١) دائرة طول نصف قطرها = ٢١ سم أوجد محيطها ومساحتها

(٢) دائرة طول نصف قطرها = $7\sqrt{2}$ أوجد مساحتها

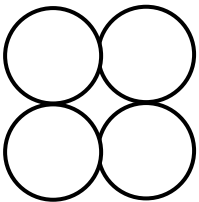
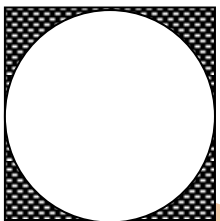
(٣) أوجد طول نصف قطر الدائرة التي محيطها يساوى مساحتها

(٤) فى الشكل المقابل مربع طول ضلعه = ١٤ سم

والدائرة تمس أضلاعه من الداخل أوجد مساحة المنطقة المظلمة

(٥) أربعة دوائر متطابقة ومتماسكة طول نصف قطر كلا منها = نق

إثبت أن مساحة المنطقة المظلمة = $(\pi - 4)$ نق^٢

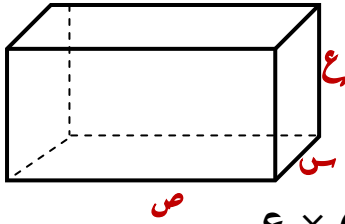


ثانيا : متوازى المستطيلات

متوازى المستطيلات :- هو جسم جميع أوجهه الستة مستطيلة

الشكل وكل وجهين متقابلين متطابقين

إذا كانت أبعاده س ، ص ، ع فإن



$$\text{مساحته الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٢ (س + ص) \times ع$$

$$\text{مساحته الكلية} = ٢ (س ص + ع ص + ع س)$$

$$\text{حجمه} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = س ص ع$$

مثال ٣- متوازى مستطيلات أبعاده ٣ ، ٤ ، ٦ سم أوجد

(١) مساحته الكلية (٢) حجمه

الحل

$$\text{مساحته الكلية} = ٢ (س ص + ع ص + ع س) = ٢ [٦ \times ٣ + ٦ \times ٤ + ٤ \times ٣]$$

$$= ٢ [١٨ + ٢٤ + ١٢] = ١٠٨ \text{ سم}^٢$$

$$\text{حجمه} = س ص ع = ٦ \times ٤ \times ٣ = ٨٤ \text{ سم}^٣$$

مثال ٤- متوازى مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٥

فإذا كان حجمه ٣٠٠٠٠ سم^٣ أوجد مساحته الكلية

الحل

نفرض أبعاده هي ٢س، ٣س، ٥س

$$\text{حجمه} = ٢س \times ٣س \times ٥س = ٣٠٠٠٠$$

$$٣٠٠٠٠ = ٣٠س^٣ \implies ١٠٠٠ = \frac{٣٠٠٠٠}{٣٠} = س^٣$$

$$\therefore س = \sqrt[٣]{١٠٠٠} = ١٠ \text{ سم} \quad \therefore \text{أبعاده هي } ٢٠ \text{ سم، } ٣٠ \text{ سم، } ٥٠ \text{ سم}$$

$$\text{مساحته الكلية} = ٢ (٥٠ \times ٢٠ + ٥٠ \times ٣٠ + ٣٠ \times ٢٠)$$

$$= ٢ (١٠٠٠ + ١٥٠٠ + ٦٠٠) = ٦٢٠٠ \text{ سم}^٢$$

مثال : مكعب من الصلصال طول حرفه = ٢٠ سم صنعت منه متوازيات مستطيلات صغيرة أبعاد كلا منها ٢ سم ، ٤ سم ، ٥ سم أوجد عدد متوازيات المستطيلات

الحل

$$\text{حجم الصلصال} = 20 \times 20 \times 20 = 8000 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم متوازي المستطيلات} = 2 \times 4 \times 5 = 40 \text{ سم}^3$$

$$\text{عدد متوازيات المستطيلات} = \frac{\text{حجم الصلصال}}{\text{حجم متوازي المستطيلات}}$$

$$= \frac{8000}{40} = 200 \text{ متوازي مستطيلات}$$

تمارين على متوازي المستطيلات

(١) متوازي مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٦ سم ، ٥ سم أوجد

(أ) مساحته الكلية (ب) حجمه

(٢) متوازي مستطيلات بعدا قاعدته ٤ سم ، ٥ سم وارتفاعه ٦ سم أوجد

(أ) مساحته الجانبية (ب) مساحته الكلية (ج) حجمه

(٣) متوازي مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٤ وحجمه = ٣٠٠٠

أوجد مساحته الكلية

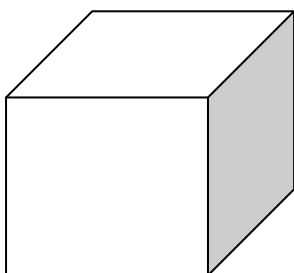
(٤) متوازي مستطيلات مساحته الجانبية = ٨٠ سم^٢ وقاعدته على شكل مربع

طول ضلعه = ١٠ سم أحسب ارتفاعه

(٥) متوازي مستطيلات قاعدته مربع طول ضلعه = ٥ سم وارتفاعه ٦ سم أوجد

(أ) مساحته الجانبية (ب) مساحته الكلية (ج) حجمه

ثالثا المكعب



المكعب حالة خاصة من متوازي المستطيلات فهو

متوازي أضلاع أبعاده متساوية فى الطول

مساحته الجانبية = ٤ ل^٢ مساحته الكلية = ٦ ل^٢

حجمه = ٤ ل^٣

مثال ٦- مال : مكعب طول حرفه ١٠ سم أوجد
(١) مساحته الجانبية (٢) مساحته الكلية (٣) حجمه

الحل

$$\text{مساحته الجانبية} = \text{ل} \times \text{ع} = 10 \times 10 = 100 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الكلية} = 6 \times \text{ل} \times \text{ع} = 6 \times 10 \times 10 = 600 \text{ سم}^2$$

$$\text{حجمه} = \text{ل}^3 = 10^3 = 1000 \text{ سم}^3$$

مثال ٧- مال : مكعب مساحته الجانبية ١٠٠ سم^٢ أوجد مساحته الكلية وحجمه

الحل

$$\text{مساحته الجانبية} = \text{ل} \times \text{ع} = 100$$

$$\therefore \text{ل} = 10 \quad \Leftarrow \quad \text{ل} = \sqrt{100} = 10 \text{ سم}$$

$$\text{مساحته الكلية} = 6 \times \text{ل} \times \text{ع} = 6 \times 10 \times 10 = 600 \text{ سم}^2$$

$$\text{حجمه} = \text{ل}^3 = 10^3 = 1000 \text{ سم}^3$$

مثال ٨- مال : مكعب مساحته الكلية ٦٠٠ سم^٢ أوجد مساحته الجانبية وحجمه

الحل

$$\text{مساحة المكعب الكلية} = 6 \times \text{ل} \times \text{ع} = 600$$

$$\therefore \text{ل} = 10 \quad \Leftarrow \quad \text{ل} = \sqrt{100} = 10 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة المكعب الجانبية} = \text{ل} \times \text{ع} = 10 \times 10 = 100 \text{ سم}^2$$

$$\text{حجم المكعب} = \text{ل}^3 = 10^3 = 1000 \text{ سم}^3$$

مثال ٩- مال : مكعب حجمه ٢١٦ سم^٣ أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

الحل

$$\text{حجم المكعب} = \text{ل}^3 = 216 \quad \Leftarrow \quad \text{ل} = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ سم}$$

$$\text{مساحته الجانبية} = \text{ل} \times \text{ع} = 6 \times 6 = 36 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الكلية} = 6 \times \text{ل} \times \text{ع} = 6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ سم}^2$$

تمارين على المكعب

[١] أكمل العبارات الآتية

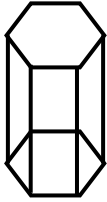
- (١) المساحة الجانبية لمكعب طول حرفه ل سم = سم^٢
- (٢) إذا كان طول حرف مكعب ٢ سم فإن حجمه = سم^٣
- (٣) المكعب الذى طول حرفه ٢ ل سم فإن حجمه = سم^٣
- (٤) مكعب طول حرفه = ٤ سم فإن مساحته الكلية = سم^٢
- (٥) المكعب الذى حجمه = ١٠٠٠ سم^٣ مساحة سطحه الجانبى = سم^٢
- (٦) إذا كانت مساحة الواجهة الستة لمكعب = ١٥٠ سم^٢ فإن حجمه = سم^٣
- (٧) مكعب حجمه = ٥ سم^٣ إذا ضُوعِف طول حرفه فإن حجمه = سم^٣

[٢] أختار الأجوبة الصحيحة من بين الأقواس

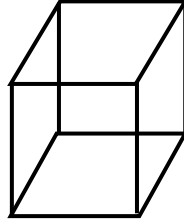
- (١) مكعب طول حرفه = ٦ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[١٤٤ سم^٢ ، ٢١٦ سم^٢ ، ٢١٦ سم^٣]
- (٢) مكعب حجمه = ١٢٥ سم^٣ أوجد طول حرفه ، مساحته الجانبية ومساحته الكلية
[٥ سم ، ١٠٠ سم^٢ ، ١٥٠ سم^٢]
- (٣) مكعب مساحة أحد أوجهه = ١٠٠ سم^٢ أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[٤٠٠ سم^٢ ، ٦٠٠ سم^٢ ، ١٠٠٠ سم^٣]
- (٤) مكعب محيط أحد أوجهه = ١٢ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[٣٦ سم^٢ ، ٥٤ سم^٢ ، ٢٧ سم^٣]
- (٥) مكعب مجموع أطوال جميع أحرفه = ٨٤ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[٦٤ سم^٢ ، ٩٦ سم^٢ ، ٦٤ سم^٣]

رابعاً : المنشور القائم

المنشور هو جسم جميع أوجهه الجانبية مستطيلة الشكل وقاعدته متطابقتان ومتوازيتان وكلا منهما مضلع (مثلث – شكل رباعى – شكل خماسى)



منشور خماسى



منشور رباعى



منشور ثلاثى

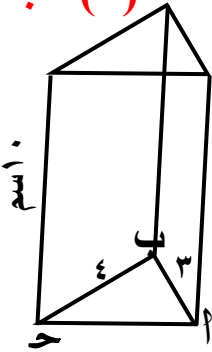
المساحة الجانبية للمنشور = محيط القاعدة \times الارتفاع

المساحة الكلية للمنشور = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

حجم المنشور = مساحة القاعدة \times الارتفاع

مثـ ١٠ـ ال : منشور ثلاثى قاعدته مثلث قائم الزاوية طولاً ضلعى القائمة فيه ٣ سم ، ٤ سم وأرتفاعه ١٠ سم أوجد (١) مساحته الجانبية (٢) مساحته الكلية (٣) حجمه

الحل



$$(١) \text{ جـ} = ٩ + ١٦ = ٢٥ \text{ سم} \therefore \text{ جـ} = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ سم}$$

$$\text{محيط القاعدة} = ٣ + ٤ + ٥ = ١٢ \text{ سم}$$

$$\text{مساحة القاعدة} = \frac{١}{٢} \times ٣ \times ٤ = ٦ \text{ سم}^٢$$

$$\text{المساحة الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ١٢ \times ١٠ = ١٢٠ \text{ سم}^٢$$

$$\text{المساحة الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + \text{مجموع مساحتي القاعدتين}$$

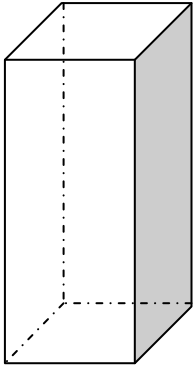
$$= ١٢٠ + ٦ \times ٢ = ١٣٢ \text{ سم}^٢$$

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٦ \times ١٠ = ٦٠ \text{ سم}^٣$$

مثـ ١١ـ ال : منشور قاعدته مربع طول ضلعه ٣ سم وأرتفاعه ٧ سم أوجد

(١) مساحته الجانبية (٢) مساحته الكلية (٣) حجمه

الحل



المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع

$$= 12 \times 7 = 84 \text{ سم}^2$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$= 84 + 2 \times 9 = 102 \text{ سم}^2$$

حجم المنشور = مساحة القاعدة \times الارتفاع = $7 \times 9 = 63 \text{ سم}^3$

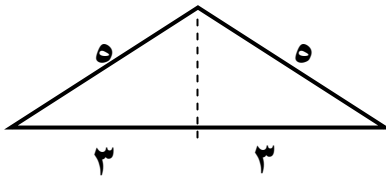
مثال ١٢ : منشور ثلاثى قائم قاعدته على شكل مثلث متساوى الساقين طول كلا من

ساقيه ٥ سم وطول قاعدته ٦ سم فإذا كان حجم المنشور ٨٤ سم^٣ أوجد

(١) ارتفاع المنشور (٢) مساحته الجانبية (٣) مساحته الكلية

الحل

نوجد ارتفاع القاعدة (العمود النازل من الرأس على القاعدة ينصفها)



$$\text{الارتفاع} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة القاعدة} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ سم}^2$$

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 84$$

$$6 \times \text{ارتفاع المنشور} = 84 \Rightarrow \text{ارتفاع المنشور} = \frac{84}{6} = 14 \text{ سم}$$

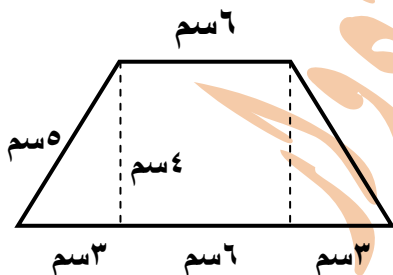
$$\text{مساحته الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 16 \times 14 = 224 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + 2 \times \text{القاعدة} = 224 + 2 \times 12 = 236$$

مثال ١٣ : منشور رباعى قائم ارتفاعه ٥ سم وقاعدته شبه منحرف متطابق الساقين

طولا قاعدتيه المتوازيين ٦ سم ، ١٢ سم وطول ساقيه ٥ سم

أوجد مساحته الجانبية والكلية وحجمه



الحل

$$\text{محيط القاعدة} = 6 + 12 + 5 + 5 = 28 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة القاعدة} = \frac{1}{2} \times (12 + 6) \times 4 = 36 \text{ سم}^2$$

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 36 \times 15 = 540 \text{ سم}^3$$

$$\text{مساحته الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 28 \times 15 = 420 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + 2 \times \text{مساحة القاعدة}$$

$$= 420 + 540 \times 2 = 1080 + 420 = 1500 \text{ سم}^2$$

تمارين على المنشور

(١) منشور ثلاثى قائم ارتفاعه ١٢ سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طولاً

ضلعى القائمة فيه ٣ سم ، ٤ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٢) منشور ثلاثى قائم ارتفاعه ١٢ سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طول وتره

$$= 10 \text{ سم وأحد ضلعى القائمة فيه } 6 \text{ سم}$$

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٤) منشور رباعى قائم قاعدته مربع طول ضلعه ١٠ سم وأارتفاعه ٧ سم

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٥) منشور ثلاثى قائم ارتفاعه ١٠ سم وقاعدته على شكل مثلث أبعاده ٣ ، ٤ ، ٥ سم

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٦) منشور رباعى قائم ارتفاعه ١٠ سم وقاعدته على شكل معين طولاً قطريه

$$6 \text{ سم ، } 8 \text{ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه}$$

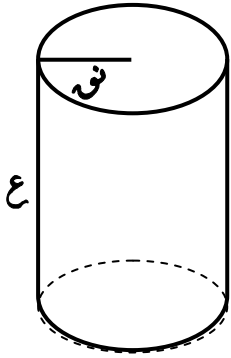
(٧) منشور رباعى قائم ارتفاعه ١٢ سم وقاعدته على شكل مربع مساحته ٩ سم^٢

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٨) منشور ثلاثى قائم ارتفاعه ١١ سم وقاعدته المثلث أ ب ج حيث أ ب = أ ج =

$$10 \text{ سم ، ب ج } = 12 \text{ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه}$$

خامساً الاسطوانة الدائرية القائمة



المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط القاعدة \times الارتفاع

$$2\pi r \times h =$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$2\pi r \times h + 2\pi r^2 =$$

الحجم = مساحة القاعدة \times الارتفاع $= \pi r^2 \times h$

مثلاً ١٤- أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم وأرتفاعها ١٠ سم

أوجد (١) مساحتها الجانبية (٢) مساحتها الكلية (٣) حجمها

الحل

مساحتها الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع $= 2\pi r \times h$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 = 440 \text{ سم}^2$$

مساحتها الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$= 440 + 2\pi r^2 = 440 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 440 + 308 = 748 \text{ سم}^2$$

حجمها = مساحة القاعدة \times الارتفاع $= \pi r^2 \times h = \frac{22}{7} \times 7^2 \times 10 = 1540 \text{ سم}^3$

مثلاً ١٥- أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ١٢ سم وحجمها 1200π سم^٣

أوجد طول نصف قطر قاعدتها ثم أوجد مساحتها الجانبية

الحل

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة \times الارتفاع $= \pi r^2 \times h$

$$1200\pi = \pi r^2 \times 12 \Rightarrow 100 = r^2 \therefore r = \sqrt{100} = 10 \text{ سم}$$

مساحتها الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع $= 2\pi r \times h$

$$= 2 \times \pi \times 10 \times 12 = 240\pi$$

مثال ١٦ : أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٦٤π سم^٣ فإذا كان ارتفاعها يساوى طول نصف قطر دائرتها أوجد ارتفاعها

الحل

$$\begin{aligned} \text{حجم الأسطوانة} &= \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٦٤\pi \\ \therefore \text{ع} = \text{نق} \quad \pi \times \text{ع}^2 &= ٦٤\pi \\ \text{ع}^2 &= ٦٤ \quad \text{ع} = \sqrt{٦٤} = ٨ \text{ سم} \end{aligned}$$

مثال ١٧ : أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٤ سم وأرتفاعها ٥ سم أوجد حجمها

الحل

$$\begin{aligned} \text{محيط القاعدة} &= ٢\pi \times \text{نق} = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times \text{نق} = ٤٤ \\ \frac{٤٤}{٧} \times \text{نق} &= ٤٤ \quad \Leftarrow \text{نق} = \frac{٧}{٤٤} \times ٤٤ = ٧ \text{ سم} \\ \therefore \text{حجم الأسطوانة} &= \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} \\ \pi \times \text{ع}^2 &= ٧٧٠ \quad \text{ع} = \sqrt{\frac{٧٧٠}{\pi}} \end{aligned}$$

مثال ١٨ : إذا كان حجم أسطوانة دائرية قائمة ٤٤٠ سم^٣ وأرتفاعها ١٤ سم أوجد طول قطر قاعدتها

الحل

$$\begin{aligned} \text{حجم الأسطوانة} &= \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٤٤٠ \\ ٤٤٠ &= \pi \times \text{ع}^2 \times ١٤ \\ \frac{٢٢}{٧} \times \text{ع}^2 &= ١٤ \quad \Leftarrow \text{ع}^2 = \frac{١٤ \times ٧}{٢٢} = ٤.٥ \\ \text{ع} &= \sqrt{٤.٥} = ٢.١٢ \text{ سم} \\ \therefore \text{طول قطرها} &= ٢ \times ٢.١٢ = ٤.٢٤ \text{ سم} \end{aligned}$$

تمارين على الأسطوانة

(١) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ٧ سم وأرتفاعها = ٢٥ سم

أوجد المساحة الجانبية للأسطوانة [١١٠٠ سم^٢]

(٢) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ١٤ سم وأرتفاعها = ١٠ سم

أوجد مساحتها الجانبية ومساحتها الكلية وحجمها

(٣) أسطوانة دائرية قائمة محيط قاعدتها = ٤٤ سم وأرتفاعها = ٢٥ سم أوجد حجمها

[٣٨٥٠ سم^٣]

(٤) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية = ٢٥ سم^٢ وطول قطر قاعدتها = ٢٠ سم

أوجد حجمها [٢٥٠ سم^٣]

(٥) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها يساوى طول قطر قاعدته وحجمها = ٢١٥٦ سم^٣

أوجد مساحتها الكلية [٩٢٤ سم^٢]

(٦) إذا كان أرتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها وحجم

الاسطوانة = ٧٢ π سم^٣ أحسب أرتفاع الأسطوانة [٢ √٩ سم]

(٧) أسطوانة دائرية قائمة مصمتة من المعدن أرتفاعها = ٢٨ سم وطول نصف قطر

قاعدتها = ١١ سم صُهرت وحولت إلى مكعب مصمت أوجد المساحة الكلية للمكعب

(٨) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها = ١٠ سم وحجمها = ١٥٠٤ سم^٣

أوجد طول نصف قطرها [٠.٠٧ سم]

(٩) أسطوانة دائرية قائمة حجمها = ٩٠ π سم^٣ ومساحتها الجانبية = ٦٠ π سم^٢

أوجد أرتفاعها وطول نصف قطر قاعدتها ثم أحسب مساحتها الكلية

سادساً الكرة

$$\text{مساحة سطح الكرة} = 4\pi r^2 \quad , \quad \text{حجم الكرة} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

مثـ ١٩ـ مال : أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٧ سم ثم أوجد مساحتها الجانبية

الحل

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (7)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 343 = 458\frac{2}{3}\pi \text{ سم}^3$$

$$\text{مساحة الكرة الجانبية} = 4\pi r^2 = 4\pi \times 7^2 = 196\pi \text{ سم}^2$$

مثـ ٢٠ـ مال : كرة حجمها $\frac{500}{3}\pi$ سم^٣ أوجد طول نصف قطرها

الحل

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{500}{3}\pi$$

$$4r^3 = 500 \Rightarrow r^3 = 125 \Rightarrow r = \sqrt[3]{125} = 5 \text{ سم}$$

مثـ ٢١ـ مال : كرة من المعدن طول نصف قطرها ٣ سم صهرت وحولت إلى أسطوانة

طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم أحسب ارتفاع الاسطوانة

الحل

حجم الكرة = حجم الاسطوانة

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r'^2 h \Rightarrow \frac{4}{3}\pi (3)^3 = \pi (3)^2 h$$

$$36 = 9h \Rightarrow h = \frac{36}{9} = 4 \text{ سم}$$

مثـ ٢٢ـ مال : أوجد طول نصف قطر كرة حجمها 36π سم^٣

الحل

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Rightarrow r^3 = 27$$

$$r = \sqrt[3]{27} = 3 \text{ سم}$$

تمارين على الكرة

(١) أوجد حجم كرة طول نصف قطرها = ٣٠ سم ($\pi = ٣.١٤١$) [٣٣٥٠٤ سم^٣]

(٢) كرة حجمها ٤١٨٨ سم^٣ أوجد طول نصف قطرها ($\pi = ٣.١٤١$) [١٠ سم]

(٣) أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٨٨٠٨ سم^٣ ثم أوجد مساحة سطحها

[٤٢ سم ، ٥٥٤٤ سم^٢]

(٤) أوجد طول نصف قطر كرة حجمها يساوي حجم أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها

١٨ سم وطول نصف قطر قاعدتها ٤ سم [٦ سم]

(٥) أوجد لأقرب سم^٣ حجم كرة طول نصف قطرها يساوي طول نصف قطر قاعدة

أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^٣ وأرتفاعها ٢٤ سم ($\pi = ٣.١٤$)

[٤١٨٦.٧ سم^٣]

(٦) كرة حجمها ٣٦ π سم^٣ وضعت داخل مكعب فمست أوجهه الستة

أوجد طول نصف قطر الكرة وحجمها [٣ سم ، ٢١٦ سم^٣]

(٧) وضعت كرة داخل مكعب فمست أوجهه الستة أوجد النسبة بين حجم المكعب

وحجم الكرة [٦ : π]

(٨) كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صُهرت وحولت إلى أسطوانة طول نصف قطر

قاعدتها ٣ سم أحسب ارتفاع الأسطوانة

تمارين على الوحدة الأولى أكمل العبارات الآتية

(١) حجم كرة طول قطرها ٦ سم = سم^٣

(٢) إذا كان حجم كرة يساوي $\frac{٣٢}{٣} \pi$ سم^٣ فإن طول قطرها = سم

(٣) إذا كان مساحة الأوجه الستة لمكعب ٥٤ سم^٢ فإن حجمه = سم^٣

- (٤) مكعب حجمه $2\sqrt{2}$ سم^٣ فإن طول حرفه = سم
- (٥) مكعب طول حرفه ٤ سم فإن مساحته الكلية = سم^٢
- (٦) كرة طول نصف قطرها $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ سم فإن مساحة سطحها = سم^٢
- (٧) إذا كان حجم مكعب = $2\sqrt{2}$ سم^٣ فإن مساحة أحد أوجهه = سم^٢
- (٨) إذا كان حجم كرة = $\frac{9}{4}\pi$ سم^٣ فإن طول نصف قطرها يساوى سم
- (٩) إذا كانت مساحة مربع ٥ سم^٢ فإذا تضاعف طول ضلعه فإن مساحته = سم^٢
- (١٠) إذا كانت مساحة دائرة = π فإن طول قطرها = سم
- (١١) إذا كانت مساحة دائرة = π فإن طول نصف قطرها = سم
- (١٢) إذا كانت المساحة الجانبية للأسطوانة = 4π ن.م ع فإن ارتفاعها = سم
- (١٣) أسطوانة دائرية قائمة حجمها 500π سم^٣ وطول نصف قطرها ٥ سم
فإن ارتفاعها =
- (١٤) إذا كانت مساحة دائرة = 5π فإن طول نصف قطرها = سم
- (١٥) الكرة التى طول نصف قطرها $3\sqrt{2}$ يكون حجمها = سم^٣
- (١٦) الكرة التى حجمها $\frac{4}{3}\pi$ يكون طول نصف قطرها = سم
- (١٧) الكرة التى مساحتها السطحية 8π يكون طول نصف قطرها = سم
- (١٨) أسطوانة دائرية قائمة حجمها = π ع^٣ فإن ن.م =
- (١٩) أسطوانة دائرية قائمة حجمها = 5π ن.م^٢ يكون طول قطرها = سم
- (٢٠) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية 2π ن.م يكون ارتفاعها = سم
- (٢١) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية 20π ع يكون محيط قاعدتها = سم
- (٢٢) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الكلية 8π ن.م^٢ يكون ارتفاعها س =
- (٢٣) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الكلية 3π ن.م ع فإن طول نصف قطرها =
- (٢٤) كرة طول نصف قطرها ١ سم يكون حجمها = سم^٣
- (٢٥) كرة مساحتها السطحية = π فإن طول نصف قطرها =

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

أولاً: حل المعادلات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

نعلم أن $٣ - ٥ = ٣$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى

ولحل المعادلة

نضيف (٣) للطرفين $٣ - ٥ = ٣ + ٣ - ٥$

$$٨ = ٣ - ٥ \quad \therefore ٨ = ٣ - ٥$$

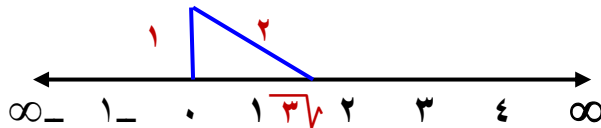
مثال ١: أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة $٣\sqrt{x} = ١ + ٤$ ومثلها على خط الأعداد

الحل

$$٣\sqrt{x} = ١ + ٤ = ٥$$

$$\sqrt{x} = \frac{٥}{٣} \quad \therefore x = \left(\frac{٥}{٣}\right)^2 = \frac{٢٥}{٩}$$

$$\therefore \{ \frac{٢٥}{٩} \} = \text{ح.م.}$$

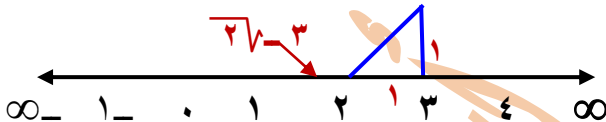


مثال ٢: أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة $٣ = ٢\sqrt{x} + ٣$ ومثلها على خط الأعداد

الحل

$$٣ = ٢\sqrt{x} + ٣$$

$$\therefore \{ ٠ \} = \text{ح.م.}$$



ثانياً: حل المتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

خواص المتباينات إذا كان $٢ > ١$ فإن

$$(١) \quad ٢ + ١ > ١ + ١$$

$$(٢) \quad ٢ \times ١ > ١ \times ١$$

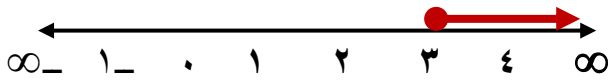
$$(٣) \quad ٢ \times ١ < ١ \times ١$$

عندما $١ < ٢$ صفر

عندما $١ > ٢$ صفر

م٣-ال : حل المتباينة ٢س - ١ ≤ ٥ فى ح ومثلها على خط الأعداد
الحل

$$\begin{aligned} ٢س - ١ + ١ &\leq ١ + ٥ \\ ٢س &\leq ٦ \end{aligned}$$



م٤-ال : حل المتباينة ٥ - ٣س < ٨ فى ح ومثلها على خط الأعداد
الحل

$$\begin{aligned} ٥ - ٣س < ٨ \\ -٣س < ٨ - ٥ \\ -٣س < ٣ \end{aligned}$$



م٥-ال : حل المتباينة ٣ - ٢س ≥ ١ - ٥ فى ح ومثلها على خط الأعداد
الحل

$$\begin{aligned} ٣ - ٢س &\geq ١ - ٥ \\ -٢س &\geq ١ - ٥ + ٣ \\ -٢س &\geq ٢ \\ ٢س &\leq -٢ \\ س &\leq -١ \end{aligned}$$



م٦-ال : حل المتباينة ٥ + ٣س ≥ ٥ - ١ - ٩ فى ح ومثلها على خط الأعداد
الحل

$$\begin{aligned} ٥ + ٣س &\geq ٥ - ١ - ٩ \\ ٣س &\geq -٥ \\ س &\geq -٥/٣ \end{aligned}$$

